Der Synchronmotor als Phasenzahl-Umformer.

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines
Doktors der Technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. **Alexander Eismann.**

Referent: Prof. Geheimer Hofrat Johann Ossanna.
Korreferent: Professor Dr. Kurt Heinke.

Annahme der Dissertation am 24. Juli 1912.

Druck von R. Oldenbourg in München.
1912.

Der Synchronmotor als Phasenzahl-Umformer.

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines
Doktors der Technischen Wissenschaften
(Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. **Alexander Eismann.**

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

Referent: Prof. Geheimer Hofrat Johann Ossanna.
Korreferent: Professor Dr. Kurt Heinke.

Annahme der Dissertation am 24. Juli 1912.

Druck von R. Oldenbourg in München.
1912.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546317_0030

Meinem Vater

in Liebe und Dankbarkeit gewidmet.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung VII

I. Das unsymmetrische Dreiphasensystem . . . 1

II. Der unsymmetrisch gespeiste Synchronmotor 6

1. Das Ankerfeld und seine Rückwirkung 6
2. Wechselwirkung zwischen Ankerfeld und Magnetsystem . 10
3. Berechnung der E.M.K.K. und die Vektordiagramme . . 14
4. Experimentelle Bestimmung der Konstanten 18

III. Einphasig gespeister Synchronmotor 21

1. Im Leerlauf 21
2. Als Mehrphasenerzeuger 23

IV. Der asynchrone Motor beim Anschluß an ein Einphasennetz 27

1. Strom- und Spannungsverhältnisse 27
2. Leistung und Wirkungsgrad 34

V. Vorausberechnung der Ströme und Spannungen 37

VI. Anlauf der Motoren 43

VII. Die Anwendung 47

VIII. Anhang 50

1. Die M.M.K.K. des synchronen und inversen Drehstromsystems 51
2. Das resultierende inverse Ankerfeld in der Erregerachse 54

Einleitung.

Mit der stets wachsenden Verbreitung des Einphasensystems tritt auch die Frage nach einer brauchbaren Einphasen-Mehrphasentransformation immer mehr in den Vordergrund. Dies kommt besonders in jenen Anlagen in Betracht, wo neben dem Einphasensystem auch die Vorteile des Drehstromes zur Anwendung kommen sollen. Das Bedürfnis dazu ist allerdings seit der Einführung des Einphasenkollektormotors für stationäre Zwecke nicht mehr so groß, es kommen aber doch Fälle vor, wo die Anwendung der Asynchronmotoren nicht nur wünschenswert, sondern auch vorteilhaft ist.

Im Gegensatz zu der Transformation der Mehrphasenströme, die immer mit den statischen Transformatoren erzielt werden kann, ist eine Transformation des Einphasen- in Mehrphasenstrom nur unter Zuhilfenahme von rotierenden Teilen möglich, da nur solche, durch zeitweise Aufspeicherung der Energie, den Verlauf der pulsierenden Leistung des Einphasenstromes ändern können.

Die zurzeit im Betriebe stehenden Anlagen verwenden zu diesem Zwecke ausschließlich Motorgeneratoren, wie sie seit mehreren Jahren für Gleichstrom-Wechselstrom-Umformung hauptsächlich in Europa große Verwendung gefunden haben. Der Grund der ausschließlichen Verwendung der Motorgeneratoren liegt wohl hauptsächlich darin, daß gleichzeitig mit der Phasenzahltransformation auch eine Frequenzumformung vorgenommen werden muß.

Handelt es sich aber nur um Phasenzahltransformation, so läßt sich diese nach Ferraris und Arno auch mit einem »Einankerumformer« erreichen. Er besteht aus einer Mehrphasenmaschine, die einphasig gespeist wird und an den entsprechenden Punkten der Wicklung Mehrphasenstrom abgeben kann. Hierbei tritt naturgemäß eine gewisse Unsymmetrie auf, die von der Größe und Art der Belastung abhängig ist. Darin liegt wohl auch der zweite Grund, warum die Einankerumformer bis jetzt keine praktische Bedeutung erlangt haben.

Gerade aber diese Unsymmetrie bedarf einer gründlichen theoretischen Untersuchung, um ihre Vorausberechnung durchführen zu können. Es soll nun im folgenden versucht werden, die Theorie eines derartigen Umformers aufzustellen, und zwar bei der Anwendung eines leerlaufenden Synchronmotors zur Einphasen-Drehstromtransformation.

Herrn Geheimen Hofrat Johann Ossanna ist der Verfasser zu großem Dank verpflichtet, sowohl für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit wie auch für die freundliche Überlassung der Mittel zu der experimentellen Nachprüfung der Resultate im elektrotechnischen Institut der Kgl. Technischen Hochschule in München.

I. Das unsymmetrische Dreiphasensystem.

Der leerlaufende Synchronmotor stellt in seiner Verwendung als Phasenzahlumformer den allgemeinen Fall eines mit unsymmetrischen Klemmenspannungen gespeisten Motors dar. Da außerdem bei den folgenden Untersuchungen ein Asynchronmotor als Dreiphasennetzbelastung angenommen wird, so ist unsere erste Aufgabe, das Verhalten der Synchron- und Asynchronmotoren bei unsymmetrischen Klemmenspannungen zu untersuchen.

Die Theorie solcher Drehstrommotoren erfährt insofern eine Komplikation als für das Verhalten der Motoren nicht nur die absolute Größe der Belastung, sondern auch die Art der Unsymmetrie im hohen Grade maßgebend ist. Bei der Ableitung einer allgemeinen Theorie, die über das Verhalten des Motors bei allen möglichen Arten der Unsymmetrie Aufschluß geben kann, gehen wir am besten von der Tatsache aus, daß ein unsymmetrisches Dreiphasensystem jederzeit durch zwei symmetrische, gegenläufige Dreiphasensysteme ersetzt werden kann, wenn die geometrische Summe der gegebenen Vektoren gleich Null ist. Da nun diese letzte Bedingung, Sternschaltung vorausgesetzt, bei allen normal gebauten, auch unsymmetrisch gespeisten Drehstrommotoren (vgl. S. 16) sowohl für Ströme wie auch für Phasenspannungen[1]) zutrifft, ermöglicht eine solche Zerlegung der unsymmetrischen

[1]) Vgl. Hommel, Über das Verhalten des asynchronen Drehstrommotors bei unsymmetrischen Klemmenspannungen, S. 20, sowie die vorliegende Arbeit S. 16.

Größen die Anwendung der bisher bekannten Theorie auch für den Fall der Unsymmetrie.

Nach dem Superpositionsgesetz untersucht man dann die synchronen und inversen Spannungskomponenten mit den zugeordneten synchronen bzw. inversen Stromkomponenten ganz für sich allein. Eine solche Zerlegung erscheint um so mehr berechtigt, als den Ersatzkomponenten auch eine physikalische Bedeutung beizumessen ist, da die einzelnen Vorgänge auch auf experimentellem Wege nacheinander erzeugt werden können. Das synchrone Drehstromsystem entspricht nämlich dem normalen Motorbetrieb mit der jeweilig aus der Zerlegung ermittelten synchronen Spannung. Die inversen Komponenten dagegen sind Ströme, die vom Motor bei einer Schlüpfung

$$s'' = \frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1}$$

aufgenommen werden, da das inverse Spannungssystem, entsprechend der umgekehrten Reihenfolge der Vektoren, ein Drehfeld gegen die Drehrichtung des Motors zur Folge hat. Ein unsymmetrisch gespeister Drehstrommotor im Betriebe stellt somit eine Übereinanderlagerung zweier Vorgänge dar: des normalen Betriebs und des »Kurzschlusses«, der Anteil der beiden ist durch die Unsymmetrie der Spannungen, d. h. durch das Verhältnis der inversen zu der synchronen Spannungskomponente $\frac{\Delta''}{\Delta'}$ bestimmt.

Das Verhalten des Motors wird durch die unsymmetrischen Klemmenspannungen in doppelter Hinsicht ungünstig beeinflußt: Erstens tritt im allgemeinen eine Reduktion der synchronen Spannung ein, die bekanntlich für asynchrone Motoren von allergrößter Bedeutung ist, und zweitens bedingt das inverse Spannungssystem, wenn es auch klein ist, bedeutende inverse Ströme, die die einzelnen Phasenströme derart vergrößern können, daß der Betrieb mit Rücksicht auf die Erwärmung nicht mehr zulässig wird[1]).

[1]) Bei Asynchronmotoren kommt noch hinzu das Auftreten eines Drehmomentes in entgegengesetzter Richtung, das aber im allgemeinen sehr klein ist. Vgl. Hommel, S. 30.

Diese Betrachtungen gelten sowohl für synchrone wie auch für asynchrone Drehstrommotoren, und zwar auch für die äußerste Grenze der Unsymmetrie — für die einphasige Schaltung. Soll nämlich ein Einphasenbetrieb durch einen gleichwertigen unsymmetrischen Drehstrombetrieb ersetzt werden, so müssen wir in der gedachten dritten Leitung des einphasig laufenden Motors eine Klemmenspannung annehmen, die mit der induzierten E. M. K. der dritten Phase jederzeit im Gleichgewichte steht. Bei dieser Voraussetzung kann dann in der dritten Phase kein Strom entstehen, und ein solcher unsymmetrisch gespeister Drehstrommotor stellt dann den Fall des Einphasenbetriebes dar. Die Angabe der Einphasenspannung genügt somit für die Definition der Unsymmetrie nicht, da bei konstanter Klemmenspannung das Verhältnis $\frac{\Delta''}{\Delta'}$ nicht nur von der Belastung, sondern bei Einphasen-Synchronmotoren auch von der Erregung und bei Asynchronmotoren von der Schlüpfung in hohem Grade abhängig ist.

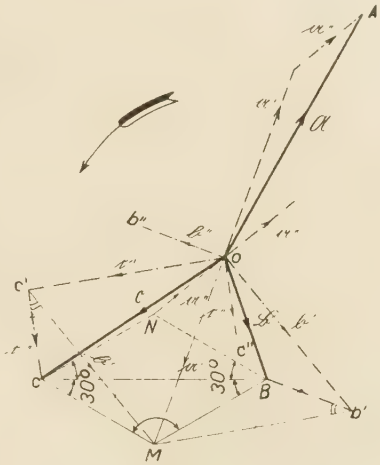

Fig. 1.

Alles bisher Gesagte dient zum Ausgangspunkt der folgenden Untersuchung und setzt uns in die Lage, durch Zerlegung der gegebenen Phasenspannungen Ströme zu ermitteln oder auch umgekehrt. Die Lösung der Aufgabe wird dabei lediglich auf eine Zerlegung der unsymmetrischen Vektoren zurückgeführt, die am besten auf Grund des folgenden einfachen graphischen Verfahrens durchgeführt werden kann.

Es sei ein unsymmetrisches Dreiphasensystem $\dot{\mathfrak{A}}$, $\dot{\mathfrak{B}}$ und $\dot{\mathfrak{C}}$ gegeben. (Vgl. Fig. 1). Die geometrische Summe der drei Vektoren sei gleich Null, d. h. es sei

$$\dot{\mathfrak{A}} + \dot{\mathfrak{B}} + \dot{\mathfrak{C}} = 0 \text{ [1]}$$

[1]) Die Punkte über den Buchstaben sollen andeuten, daß die Größen vektoriell zu nehmen sind.

Um die symmetrischen Ersatzkomponenten des unsymmetrischen Dreiphasensystems der Größe und Richtung nach zu bekommen, verbinden wir zwei beliebige Endpunkte der Vektoren, z. B. B und C und ziehen unter 30^0 zu BC die Strahlen $\overline{BM}$ und $\overline{BN}$ sowie $\overline{CM}$ und $\overline{CN}$. Die Verbindungsgeraden $\overline{MO}$ und $\overline{NO}$ bestimmen sowohl der Größe wie auch der Richtung nach die Synchronen bzw. die inversen Komponenten des Vektors $\mathfrak{A}$. Hätten wir dasselbe mit den Endpunkten A und B gemacht, so bekämen wir die Ersatzkomponenten des Vektors $\mathfrak{C}$.

Der Beweis dafür läßt sich rein geometrisch erbringen, was sich am einfachsten ersehen läßt, wenn wir die Aufgabe als gelöst betrachten.

Aus der Fig. 1 ist ersichtlich:

$$\left.\begin{aligned}\dot{\mathfrak{A}} &= \dot{\mathfrak{a}}' + \dot{\mathfrak{a}}'' \\ \dot{\mathfrak{B}} &= \dot{\mathfrak{b}}' + \dot{\mathfrak{b}}'' \\ \dot{\mathfrak{C}} &= \dot{\mathfrak{c}}' + \dot{\mathfrak{c}}''\end{aligned}\right\} \text{ wobei } \begin{aligned}\dot{\mathfrak{a}}' + \dot{\mathfrak{b}}' + \dot{\mathfrak{c}}' &= 0 \\ \dot{\mathfrak{a}}'' + \dot{\mathfrak{b}}'' + \dot{\mathfrak{c}}'' &= 0\end{aligned} \text{ ist.}$$

Die geometrische Summe (vgl. Fig. 1) von $\mathfrak{b}'$ und $\mathfrak{c}'$ oder $\mathfrak{c}'$ und $\mathfrak{b}'$ ergibt den Vektor MO, der dem Vektor $\mathfrak{a}'$ gleich sein muß. Verbinden wir dann M mit B und C, so bekommen wir zwei kongruente Dreiecke: $\Delta\, MB\,b'$ und $\Delta\, M\,C\,c'$, weil beide je zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel gleich haben. Es muß dann auch $CM = BM$ sein, und da außerdem

$$\sphericalangle\, B\,M\,C - \sphericalangle\, b'\,M\,c' = 120^0$$

ist, so müssen die Geraden BM und CM mit der BC den gleichen Winkel von 30^0 einschließen.

Genau dasselbe läßt sich aus der Kongruenz der Dreiecke $\Delta\, NBb''$ und $\Delta\, NCc''$ über die Bestimmung des Punktes N sagen.

Im allgemeinen werden wir uns aber mit der Bestimmung irgendeiner der drei synchronen Komponenten begnügen, da die übrigen synchronen wie auch die inversen Komponenten dann schon mitbestimmt sind.

Es bleibt nun noch der Beweis übrig, daß die Zerlegung der unsymmetrischen Vektoren auch eindeutig ist, d. h. daß es nicht mehrere gegenläufige Dreiphasensysteme gibt, die dasselbe unsymmetrische System ersetzen können. Um den Beweis zu erbringen, sei hier zuerst die bekannte Tatsache erwähnt, daß ein Einphasensystem, wie es in der Fig. 2 gegeben ist, jederzeit durch zwei gleiche gegenläufige Dreiphasensysteme eindeutig ersetzt werden kann. Durch einen Kunstgriff läßt sich nun ein Dreiphasensystem als zwei Einphasensysteme dar-

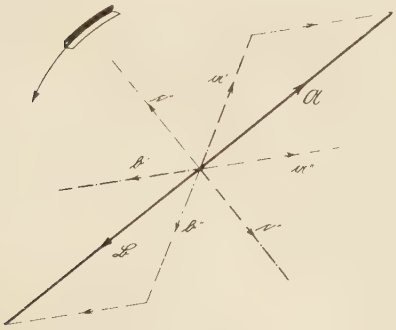

Fig. 2

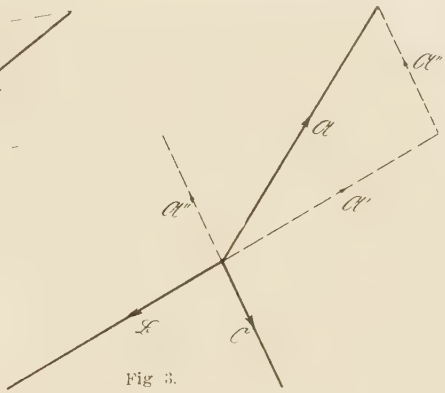

Fig 3.

stellen, wenn wir nämlich irgendeinen Vektor, z. B. $\mathfrak{A}$, in die Richtungen der zwei anderen Vektoren $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{C}$ zerlegen (vgl. Fig. 3). Ist nun die geometrische Summe der drei Vektoren gleich Null, so bekommen wir zwei Einphasensysteme $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{A}_2\mathfrak{C}$, die dem gegebenen Dreiphasensystem vollständig äquivalent sind. Da also ein Einphasensystem, wie oben erwähnt, ganz eindeutig durch zwei Dreiphasensysteme ersetzt werden kann, so entsprechen auch einem unsymmetrischen Dreiphasensystem nur zwei gegenläufige Dreiphasensysteme, die sich ganz e i n d e u t i g aus den Komponenten der zwei Ersatzeinphasensysteme ermitteln lassen. Diese Tatsache könnte auch zur graphischen Bestimmung der synchronen und inversen Komponenten benützt werden, führt aber nicht so rasch zum Ziele wie die oben angegebene Methode.

II. Der unsymmetrisch gespeiste Synchronmotor.

1. Ankerfeld und seine Rückwirkung.

Nach dem vorher Gesagten nimmt ein unsymmetrisch gespeister Motor außer den die Zugkraft ausübenden synchronen Strömen auch die inversen Ströme auf, die zusammen genommen ein Ankerfeld ergeben, das sich wesentlich von demjenigen des normalen Synchronmotors unterscheidet.

Wir erhalten, entsprechend den beiden gegenläufigen Dreh-

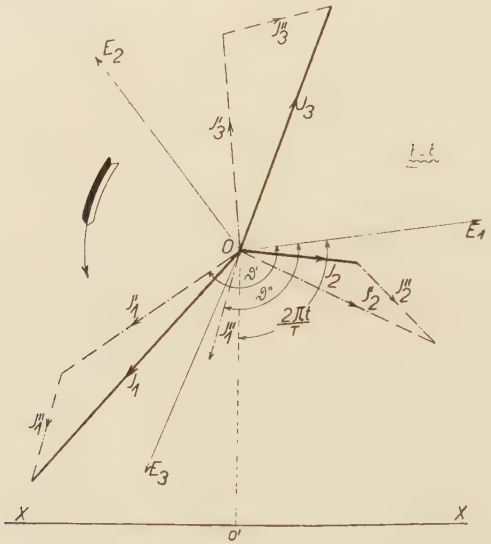

Fig. 4a.

stromsystemen J' und J'' (vgl. Fig. 4 a) ebenfalls zwei gegenläufige M. M. Kraft-Diagramme (vgl. Fig. 4 b), deren erste Harmonischen meistens auf das laufende Koordinatensystem der Wicklung bezogen werden. Unter der Annahme, daß die Wicklung gegenüber den festen Polen mit einer Geschwindigkeit von $v_1 = \frac{X}{T}$ nach rechts rotiert und der Anfangspunkt des laufenden Koordinatensystems mit dem Mittelpunkt der ersten Phase zusammenfällt, lauten die Gleichungen für die Momentanwerte der ersten Harmonischen[1]) der M. M. K. K. wie folgt:

[1]) Die höheren Harmonischen dürfen bekanntlich bei den praktisch vorkommenden Wicklungen vernachlässigt werden.

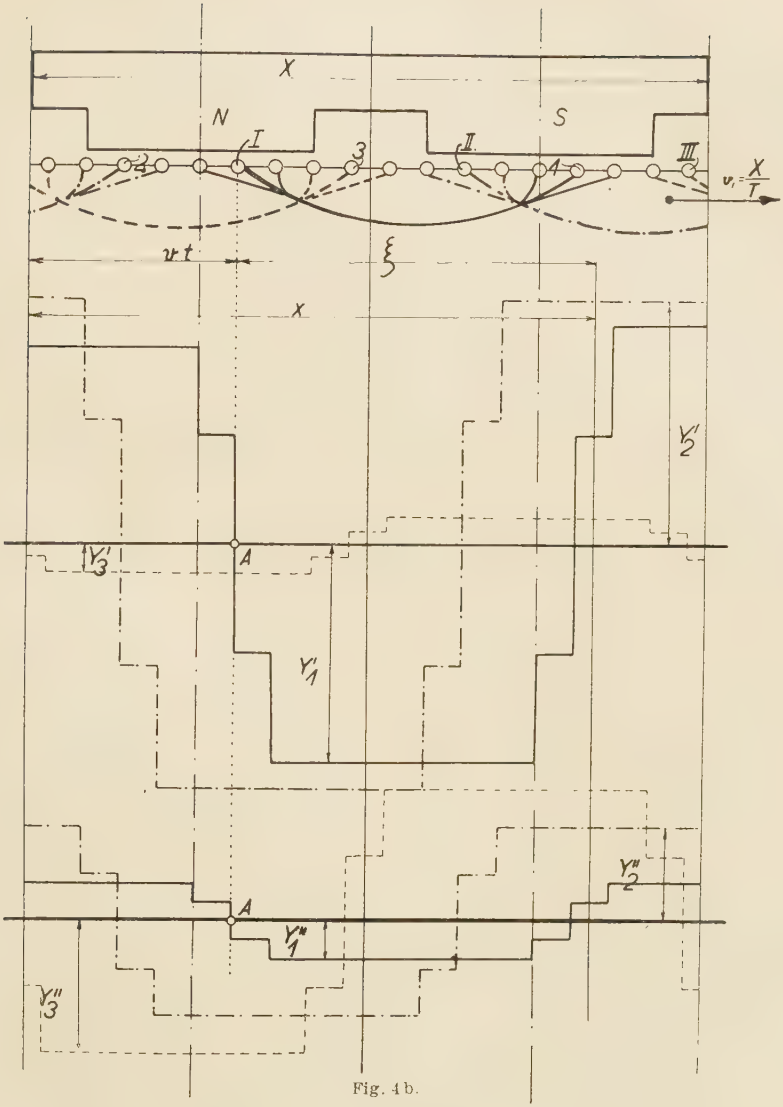

Fig. 4 b.

$$y' = -Y' \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta' + \frac{2\pi}{X}\xi\right)^{1}) \leftarrow$$

$$y'' = Y'' \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X}\xi\right)^{1}) \rightarrow$$

[1]) Die Ableitung der Formel für y' und y'' wurde nach den Vorlesungen des Herrn Geheimen Hofrates Prof. J. Ossanna durchgeführt und ist im Anhang S. 50 näher erläutert.

Dabei ist X die doppelte Polteilung, T die Periodendauer des zugeführten Wechselstromes, ϑ' und ϑ'' die innere Phasenverschiebungen, d. h. die Winkel zwischen den Strömen der ersten Phase J_1' und J_1'' und der Spannung derselben Phase E_1 und Y der Maximalwert der M. M. K., der durch den folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$Y = \frac{6}{\pi} f \left[\frac{\mathfrak{z}\mathfrak{w}}{2\mathfrak{a}}\right] 2 J.$$

worin:

$\mathfrak{z}$ = die Zahl der Nuten pro Pol und Phase,
$\mathfrak{w}$ = die Windungszahl pro Nut,
$\mathfrak{a}$ = die Zahl der parallelen Stromkreise,
f = den Wicklungsfaktor der ersten Harmonischen

bedeuten.

Für die Berechnung der Ankerrückwirkung erscheint es aber vorteilhafter die M. M. K. K. wie auch die Felder nicht auf das laufende, sondern auf das feste Koordinatensystem der Pole zu beziehen. Bedenken wir nämlich, daß zu irgendeiner Zeit $t = t$ der Ursprung des laufenden Koordinatensystems der Wicklung aus der neutralen Zone um $\frac{X}{T} t$ entfernt ist, so können wir die Abszisse des festen Raumes x durch die laufende Abszisse der Wicklung ξ in folgender Weise auszudrücken:

$$x = \frac{X}{T} t + \xi.$$

Nach Einsetzen des Wertes von ξ in die Gleichungen der Seite 7 erhalten wir:

$$y' = -Y' \cos\left(\frac{2\pi}{X} x - \vartheta'\right),$$

$$y'' = Y'' \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right).$$

Die M. M. K. y' ist somit sinusartig verteilt und, bezogen auf den festen Raum, von der Zeit unabhängig. Sie nimmt je nach dem Winkel ϑ' eine ganz bestimmte Lage den Polen gegenüber ein und erzeugt ein Feld, das allen symmetrisch belasteten Synchronmaschinen eigen ist. y'' dagegen ist nur durch die

Unsymmetrie hervorgerufen und stellt eine M. M. K. dar, die bei ebenfalls sinusartiger Verteilung den festen Polen gegenüber mit $2 v_1 = 2 \frac{X}{T}$ nach rechts rotiert.

Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen bedingt die Variation des Luftraumes bei derselben Amplitude der sinusartig verteilten M. M. K. verschiedene Ankerfelder, je nach der Lage den Pollücken gegenüber. Um dem Rechnung zu tragen, pflegt man sowohl die synchronen wie auch die inversen M. M. K. K. auf zwei Achsen, die sog. Erreger- und Querachsen[1]), zu zerlegen. Für diese sind die Verhältnisse der ersten Harmonischen des wirklichen, teilweise ausgebildeten Feldes zu den Amplituden des ganz ausgebildet gedachten Feldes, die sog. Feldfaktoren (c_g und c_q), infolge der Symmetrie nur von der Polbedeckung α abhängig:

$$c_g = \alpha + \frac{\sin \pi \alpha}{\pi},$$

$$c_q = \alpha - \frac{\sin \pi \alpha}{\pi}.$$

Zerlegen wir nun y' und y'' auf diese zwei Achsen und ermitteln wir für alle Komponenten die ersten Harmonischen der Gegen- und Querfelder, so erhalten wir für die Momentanwerte folgende Gleichungen:

$$h_g' = - H' c_g \sin \vartheta' \sin \frac{2 \pi}{X} x,$$

$$h_q' = - H' c_q \cos \vartheta' \cos \frac{2 \pi}{X} x,$$

$$h_g'' = H'' c_g \sin \left(2 \frac{2 \pi}{T} t - \vartheta'' \right) \sin \frac{2 \pi}{X} x,$$

$$h_q'' = H c_q \cos \left(2 \frac{2 \pi}{T} t - \vartheta'' \right) \cos \frac{2 \pi}{X} x,$$

wobei:

$$H = \frac{4 \pi}{10} \frac{1}{\delta''} Y = \frac{24 \sqrt{2}}{10} \frac{1}{\delta''} w J$$

[1]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 22.

$w = f \frac{\delta w}{2a}$ die Zahl der hintereinander geschalteten Leiter pro halbe Polteilung, multipliziert mit dem Wicklungsfaktor,

δ'' den reduzierten Luftraum, hier $\delta_g'' = \delta_g'' = \delta''$ angenommen, bedeuten.

Wir bekommen bekanntlich bei den Synchronmaschinen genauere Resultate, wenn wir statt der Superposition der Magnet- und Ankerfelder in der Erregerachse die entsprechenden Mittelwerte der felderzeugenden Amperewindungen zusammenfassen. Wir erhalten dann für den Mittelwert der synchronen Amperewindungen in der Erregerachse den bekannten Ausdruck:

$$A\,W_g = Y' \sin \vartheta' \cdot \frac{\sin \frac{\pi a}{2}}{\frac{\pi a}{2}},$$

wenn wir die Verteilung der Gegenamperewindungen nur auf dem Bogen $a \cdot t\,p$ berücksichtigen.

2. Wechselwirkung zwischen Ankerfeld und Magnetsystem.

Die Felder h_g'' und h_q'' pulsieren gegenüber dem Magnetsystem mit einer Geschwindigkeit, die der doppelten Periodenzahl des Wechselstromes entspricht. Dabei ist die Kraftlinienzahl vom Felde h_q'', die die Magnetwicklung durchsetzt, jederzeit gleich Null, so daß in der Magnetwicklung nur E. M. K. vom Felde h_g'' induziert wird, die bei geschlossenem Erregerkreis einen Wechselstrom in der Magnetwicklung zur Folge hat[2]). Dieser Wechselstrom erzeugt in der Erregerachse ein ebenfalls pulsierendes Feld, das im wesentlichen dem h_g'' entgegengesetzt gerichtet ist.

Nun liegt der Gedanke nahe, die beiden pulsierenden Felder in der Erregerachse durch ein resultierendes Feld zu ersetzen, was auf Grund der Beziehung zwischen dem Wechselstrom in der Magnetwicklung und dem Strom der ersten Phase des inversen Drehstromsystems gleich geschehen kann. Nach einigen

[1]) Vgl. Ossanna, Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 498.
[2]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 33.

Umformungen, die im Anhang S. 54 angeführt sind, erhalten wir für den Maximalwert der ersten Harmonischen des resultierenden Feldes folgenden Ausdruck:

$$H_R = H'' \frac{c_g}{1+\sigma_2}\left(\sigma_2 + j\,\frac{r_2}{k_{22}}\right)^{1)},$$

wobei

k_{22} = die Eigenreaktanz der Erregerwicklung,
r_2 = den Ohmschen Widerstand des sekundären Schließungskreises,
σ_2 = den Streuungskoeffizienten desselben

bedeuten.

Das resultierende inverse Ankerfeld in der Erregerachse hat somit zwei Komponenten: die eine in der Richtung des von J'' erzeugten pulsierenden Feldes H'', die andere ihr um 90^0 nacheilende.

Der Momentanwert des resultierenden Feldes lautet wie folgt:

$$h_R = H'' c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}x -$$
$$- H'' c_g \frac{r_2}{k_2} \cos\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}x.$$

Bei dem unsymmetrischen Betrieb der Synchronmaschine erhalten wir also infolge des inversen Drehstromsystems zwei zusätzliche, dem festen Raum gegenüber mit $2v$ pulsierende Felder h_q'' und h_R''. Es erscheint hier am Platze, die pulsierenden Felder durch je zwei gegenläufige Drehfelder zu ersetzen[2]): wir erhalten dann

[1]) Wenn wir $\left(\frac{r_2}{k_2}\right)^2$ gegenüber Eins vernachlässigen.

[2]) Die Zerlegung wird nach folgenden goniometrischen Beziehungen vorgenommen:

$$\cos\alpha\,\cos\beta = {}^1/_2\cos(\alpha+\beta) + {}^1/_2\cos(\alpha-\beta)$$
$$\sin\alpha\,\sin\beta = {}^1/_2\cos(\alpha-\beta) - {}^1/_2\cos(\alpha+\beta)$$
$$\cos\alpha\,\sin\beta = {}^1/_2\sin(\alpha+\beta) - {}^1/_2\sin(\alpha-\beta).$$

Es ist also

$$h_q'' = h_{qr}'' + h_{ql}''$$
$$hR'' = h_{Rr}'' + h_{Rl}''$$

wobei die Indizes r und l die Rechts- bzw. Linksdrehung des Feldes bedeuten.

$$\rightarrow h_{q_r}'' = \frac{H''}{2} c_q \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right),$$

$$\leftarrow h_{q_l}'' = \frac{H''}{2} c_q \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} x\right),$$

$$\rightarrow h_{R_r}'' = \frac{H''}{2} c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right) + \\ + \frac{H''}{2} c_g \frac{r_2}{k_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right),$$

$$\leftarrow h_{R_l}'' = -\frac{H''}{2} c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} x\right) - \\ - \frac{H''}{2} c_g \frac{r_2}{k_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} x\right).$$

Fassen wir nun die links- und rechtsdrehenden Felder zusammen, so erhalten wir das resultierende inverse Ankerfeld, bestehend aus Drehfeldern, die dem festen Raum gegenüber mit $v_2 = 2\,v_1$ nach rechts bzw. links rotieren.

Es ist nämlich:

$$h_{q_r}'' + h_{R_r}'' = \frac{H''}{2}\left(c_q + c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2}\right) \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right) + \\ + \frac{H''}{2} c_g \frac{r_2}{k_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} x\right) \overset{v_2 = 2\frac{X}{T}}{\longrightarrow},$$

$$h_{q_l}'' + h_{R_l}'' = \frac{H''}{2}\left(c_q - c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2}\right) \cos\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} x\right) - \\ + \frac{H''}{2} c_g \frac{r_2}{k_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} x\right) \overset{v_2 = 2\frac{X}{T}}{\longleftarrow},$$

dabei ist

$$c_q + c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} = \alpha - \frac{\sin \pi\alpha}{\pi} + \left(\alpha + \frac{\sin \pi\alpha}{\pi}\right) \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} = \\ = \frac{1}{1+\sigma_2}\left[\alpha(1+2\sigma_2) - \frac{\sin \pi\alpha}{\pi}\right] = \frac{c_1}{1+\sigma_2},$$

$$c_q - c_g \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} = \frac{1}{1+\sigma_2}\left[\alpha - \frac{\sin \pi\alpha}{\pi}(1+2\sigma_2)\right] = \frac{c_3}{1+\sigma_2},$$

wenn

$$c_1 = \alpha(1+2\sigma_2) - \frac{\sin \pi\alpha}{\pi},$$

$$c_3 = \alpha - \frac{\sin \pi \alpha}{\pi} (1 + 2\sigma_2)$$

bedeuten.

Setzen wir nun nach S. 8

$$x = \frac{X}{T} t + \xi,$$

so bekommen wir folgende endgültige Gleichungen für das inverse Feld, bezogen auf das laufende Koordinatensystem der Wicklung.

$$h''_{(1)} = \frac{H''}{2} \frac{c_1}{1+\sigma_2} \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} \xi\right) +$$

$$+ \frac{H''}{2} c_q \frac{r_2}{k_2} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} \xi\right) \xrightarrow[v_1 = \frac{X}{T}]{},$$

$$h''_{(3)} = \frac{H''}{2} \frac{c_3}{1+\sigma_2} \cos\left(3\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} \xi\right) -$$

$$- \frac{H''}{2} c_q \frac{r_2}{k_2} \sin\left(3\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' + \frac{2\pi}{X} \xi\right) \xleftarrow[v_3 = 3\frac{X}{T}]{}.$$

Um nun einen Überblick über den Einfluß der Polbedeckung und der Streuung auf das inverse Ankerfeld zu gewinnen, wurden in der folgenden Tabelle die Faktoren c_1 und c_3 für einige Werte von α bei verschiedenen Streuungskoeffizienten ausgerechnet. Zum Vergleich sind auch die Werte von c_q in die Tabelle aufgenommen.

Tabelle I.

σ	α	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
	c_q	0,297	0,366	0,442	0,525	0,613
0,15	c_1	0,477	0,561	0,652	0,750	0,853
	c_3	0,206	0,301	0,365	0,457	0,557
0,18	c_1	0,512	0,600	0,694	0,795	0,902
	c_3	0,188	0,264	0,349	0,444	0,546
0,21	c_1	0,549	0,640	0,736	0,839	0,949
	c_3	0,170	0,247	0,334	0,430	0,530
0,24	c_1	0,585	0,677	0,779	0,885	0,997
	c_3	0,152	0,230	0,318	0,417	0,523

3. Berechnung der E.M.-Kräfte und das Vektordiagramm.

Die Effektivwerte der E. M. K. K., die in der Ankerwicklung von den fiktiven Komponenten der ersten Harmonischen des resultierenden Feldes induziert werden, lassen sich mit Hilfe der bekannten Formel für Drehfelder[1]) leicht berechnen. Wir erhalten für die Querspannung vom synchronen Felde

$$E_q' = \frac{192\,\pi}{10} \cdot \varphi \cdot \frac{R\,L}{\delta''}\; c_q\, w_1^2\, 10^{-8} \cdot J' \cos\vartheta' \quad \cdot k_q\, J' \cos\vartheta'.$$

Die E. M. K. K. vom inversen Felde lassen sich zuerst wie folgt anschreiben[2]).

$$\dot{E}''_{(1)} = \dot{E}_q''_{(1)} + \dot{E}_g''_{(1)},$$
$$\dot{E}''_{(3)} = \dot{E}_q''_{(3)} + \dot{E}''_{g(3)},$$

dabei bedeuten:

$$E_q''_{(1)} = \frac{96\,\pi}{10} \cdot \varphi \cdot \frac{R\,L}{\delta''} \cdot \frac{c_1}{1+\sigma_2} \cdot w_1^2\, 10^{-8} \cdot J'' = k''\, J'',$$

$$E_q''_{(3)} = 3 \cdot k'' \cdot \frac{c_3}{c_1}\, J'',$$

$$E_g''_{(1)} = \frac{96\,\pi}{10} \cdot \varphi \cdot \frac{R\,L}{\delta''}\; c_g\, \frac{r_2}{k_2}\; w_1^2 \cdot 10^{-8} \cdot J'' = r''\, J'',$$

$$E_g''_{(3)} = 3\, r''\, J'',$$

worin

R = den Radius,
L = die Ankerlänge,
v = die Periodenzahl des zugeführten Wechselstromes bedeuten.

Wie wir aus dem Aufbau der Formel für E_g'' ersehen, handelt es sich hier nicht um Reaktanz, sondern um den auf die primäre Wicklung reduzierten, sekundären Widerstand des gesamten Schließungskreises.

Die E. M. K. E_3'' besitzt, im Gegensatze zu den zwei anderen, dreifache Periodenzahl, entsprechend der dreifachen Geschwindigkeit der ersten Feldharmonischen $h''_{(3)}$. Sie tritt

[1]) Vgl. Ossanna, Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 547.

[2]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 39, wobei für $(\dot{E}_{g_{11}} + \dot{E}_{21})$ die E. M. K. vom resultierenden Felde $(\dot{E}''_{g_{(1)}})$ zu setzen ist.

bei allen Schaltungen auf und ist von derjenigen Spannung zu unterscheiden, die von der dritten Feldharmonischen herrührt und bei Sternschaltung gleich Null ist.

Das inverse Ankerfeld wird bis auf einen kleinen Betrag abgedämpft und vermag somit keine große Spannung zu erzeugen, so daß ein Diagramm, das nur die ersten Harmonischen der Spannung berücksichtigt mit hinreichender Genauigkeit die experimentellen Ergebnisse wiedergeben muß. Die Untersuchungen von Dr. Wengner[1]) für den äußersten Fall der Unsymmetrie, nämlich die Einphasenbelastung, bestätigen diese Behauptung und rechtfertigen somit die Vernachlässigung der dritten Harmonischen bei der weiter folgenden Untersuchung.

Die Gleichungen der E. M. K. K. lassen sich, da die Spannungen den induzierenden Feldern um 90^0 nacheilen, auch wie folgt anschreiben:

$$\dot{E}_q' = j\, k_q\, \dot{J}' \cos\vartheta\, (\cos\vartheta - j \sin\vartheta)$$
$$\dot{E}_q'' = j\, k''\, \dot{J}''\,^2)$$
$$\dot{E}_g'' = -\dot{r}''\, \dot{J}''\,^2)$$

Außer diesen vom Ankerfelde induzierten Spannungen sind noch folgende drei E. M. K. K. zu berücksichtigen: die E. M. K. vom resultierenden Felde in der Erregerachse:

$$\dot{E}_R,$$

die E. M. K. vom Nuten- und Stirnstreufelde:

$$\dot{E}_\sigma = j\, k_\sigma\, \dot{J}$$

und die E. M. K., die den Ohmschen Spannungsabfall zu ersetzen hat:

$$-r\, \dot{J}.$$

Die Klemmenspannungen des Motors müssen allen diesen Spannungen das Gleichgewicht halten, d. h. es muß:

$$\dot{A}_1 + \dot{E}_{R_1} + \dot{E}_{q_1}' + \dot{E}_{q_1}'' + \dot{E}_{\sigma_1} - r\, \dot{J}_1 - r''\, \dot{J}'' = 0,$$
$$\dot{A}_2 + \dot{E}_{R_2} + \dot{E}_{q_2}' + E_{q2}'' + \dot{E}_{\sigma_2} - r\, \dot{J}_2 - r''\, \dot{J}_2'' = 0,$$
$$\dot{A}_3 + \dot{E}_{R_3} + \dot{E}_{q_3}' + \dot{E}_{q_3}'' + \dot{E}_{\sigma_3} - r\, \dot{J}_3 - r''\, \dot{J}_3'' = 0,$$

oder auch:

---

[1]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 80.
[2]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 39.

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1 (r_1 - j k_\sigma) - j k_q \dot{J}_1' \cos \vartheta' (\cos \vartheta' - j \sin \vartheta') + \\ + \dot{J}_1'' (r'' - j k'') - \dot{E}_{R_1}$$

$$\dot{\Delta}_2 = J_2 (r_1 - j k_\sigma) - j k_q \dot{J}_2' \cos \vartheta' (\cos \vartheta' - j \sin \vartheta') + \\ + \dot{J}_2'' (r'' - j k'') - \dot{E}_{R_2}$$

$$\dot{\Delta}_3 = \dot{J}_3 (r_1 - j k_\sigma) - j k_q \dot{J}_3' \cos \vartheta' (\cos \vartheta' - j \sin \vartheta') + \\ + \dot{J}_3'' \; r'' - j k'') - \dot{E}_{R_3}.$$

Führen wir statt der Ströme J_1, J_2 und J_3 ihre symmetrischen Komponenten ein, so erhalten wir folgende drei Gleichungen:

$$\dot{\Delta}_1 = \dot{J}_1']r_1 + k_q \sin \vartheta' \cos \vartheta' - j (k_\sigma + k_q \cos^2 \vartheta')] + \\ + \dot{J}_1'' [r_1 + r'' - j (k^\sigma + k'')] - \dot{E}_{R_1}$$

$$\dot{\Delta}_2 = \dot{J}_2' [r_2 + k_q \sin \vartheta' \cos \vartheta' - j (k_\sigma + k_q \cos^2 \vartheta')] + \\ + \dot{J}_2'' [r_1 + r'' - j (k_\sigma + k'')] - \dot{E}_{R_2}$$

$$\dot{\Delta}_3 = \dot{J}_3' [r_1 + k_q \sin \vartheta' \cos \vartheta' - j (k_\sigma + k_q \cos^2 \vartheta)] + \\ + \dot{J}_3'' [r_1 + r'' - j (k_\sigma + k'')] - \dot{E}_{R_3}.$$

Aus diesen letzten drei Gleichungen geht ohne weiteres hervor, daß

$$\dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_3 = 0$$

ist.

Da nach S. 1 diese Bedingung erfüllt sein muß, um eine Zerlegung der Phasenspannungen zu ermöglichen, so ist hiermit auch der Beweis erbracht, daß die allgemeinen Betrachtungen des ersten Abschnittes auch auf unsymmetrisch gespeiste Synchronmotoren angewendet werden können.

Die Zerlegung der Ströme in die symmetrischen Komponenten ermöglicht, bei Anbringung einer Korrektur, die Anwendung der Spannungsdiagramme des symmetrisch gespeisten Synchronmotors auch für den Fall der Unsymmetrie. Dabei soll die graphisch-rechnerische Vektormethode angewendet werden, die von Herrn Professor Ossanna in der Starkstromtechnik angegeben ist.

Nach den Gleichungen auf S. 15 unterscheidet sich somit das Phasendiagramm eines unsymmetrisch gespeisten Motors von dem normalen dadurch, daß hier nicht alle Spannungs-

abfälle dem wirklichen Phasenstrom proportional sind und daß außerdem noch zwei weitere Spannungsabfälle Eq'' und $-r''J''$ hinzukommen.

Sind nun Δ, J und φ in jeder Phase gegeben, so läßt sich das Spannungsdiagramm leicht entwerfen. Wir tragen die drei Phasenströme auf und zerlegen sie in der bekannten Weise in die symmetrischen Komponenten J' und J'' (vgl. Fig. 5). Der charakteristische Linienzug im Diagramm wird nun, wie folgt, gebildet. In Opposition zu den Strömen J und J'' werden zuerst die Spannungsabfälle $-rJ$ und $-r''J''$ aufgetragen. Um 90^0 nacheilend dem Strome J wird E_σ, dem Strome $J'' - Eq''$ und dem Strome J' die Querspannungskomponente $Eq/\cos\vartheta$ der Reihe nach aufgetragen. Die Bestimmung von E_R erfolgt dann in der normalen Weise nach Ossanna.

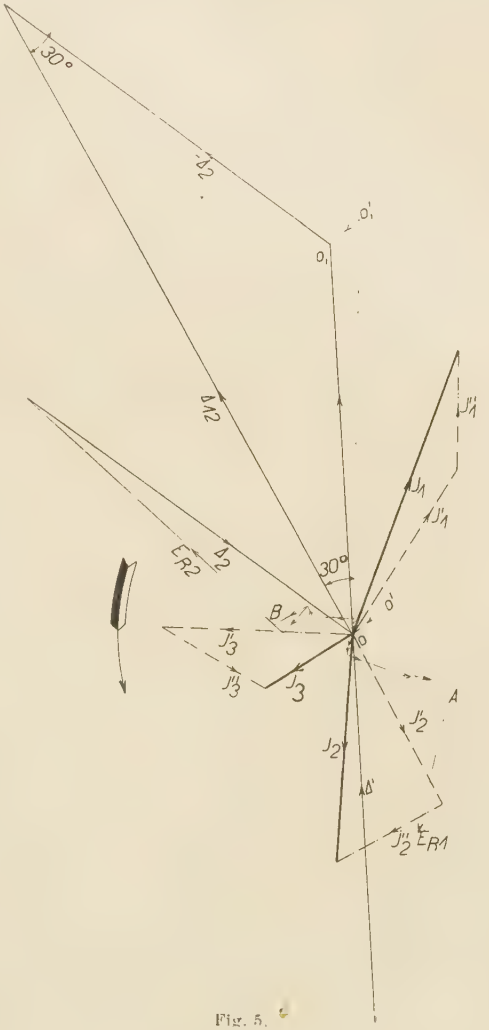

Fig. 5.

In Fig. 5 sind nur die Diagramme der ersten und der zweiten Phase aufgetragen, die einzelnen Größen der dritten Phase sind bereits mitbestimmt.

In bezug auf die Zerlegung der Phasenspannungen in die symmetrischen Komponenten wäre noch folgendes zu erwähnen.

Die Klemmenspannungen des Motors müssen den induzierten E. M. K. K. (E_R) und den Impedanzspannungen (in Fig. 5 mit $O\,A$ und $O\,B$ bezeichnet) in jeder Phase das Gleichgewicht halten. Da nun die ersteren (E_R) symmetrische synchrone Vektoren sind, so müssen die inversen Spannungskomponenten der Impedanzspannungen nur durch genau gleiche und entgegengesetzt gerichtete inverse Komponenten der Klemmenspannungen (Δ'') aufgehoben werden. Diese Tatsache ermöglicht bei gegebenen Strömen die unmittelbare Bestimmung der inversen Komponenten der Klemmenspannungen aus der Zerlegung der Impedanzspannungen ($00'$ ist gleich Δ_3''), und wenn außerdem noch irgend eine verkettete Spannung (Δ_{12}) gegeben ist, auch die Ermittlung aller drei Phasenspannungen (vgl. Fig. 5 punktiert). Von dieser Möglichkeit wird bei der folgenden Untersuchung ein ausgiebiger Gebrauch gemacht.

4. Experimentelle Bestimmung der Konstanten k'' und r''.

Die Gleichungen für k'' und r'' (vgl. S. 14) enthalten eine Reihe von Faktoren (σ_2, $\frac{r_2}{k_2}$, δ''), deren Größe, wenn kein Versuch vorliegt, mit einer nicht allzu großen Genauigkeit angegeben werden kann. Dazu kommt noch die Schwierigkeit, einer auch nur einigermaßen genauen Angabe der Vergrößerung von r'' durch Wirbelströme. Ferner dürften auch die Ströme höherer Ordnung nicht ganz ohne Einfluß bleiben, da es sich bei dem inversen System nach dem ersten Abschnitt um einen Fall des Kurzschlusses handelt. Man wird somit nur durch einen Versuch einen befriedigenden Aufschluß über die Größe von k'' und r'' bekommen können.

Führt man dem Stator einer Synchronmaschine bei unerregt geschlossenem Erregerkreis symmetrische Spannungen zu und läßt man das Polrad gegen das Ankerfeld mit genau synchroner Geschwindigkeit[1]) laufen, so wird der Stator Kurzschlußströme aufnehmen, die angenähert proportional der Spannung sind. Wird dabei die vom Stator aufgenommene Leistung

[1]) Bei ausgeführten Versuchen an mehreren Maschinen hat sich dabei gezeigt, daß der Synchronismus nach dem Einstellen längere Zeit aufrechterhalten wird.

W_k gemessen, so kann man die effektive Reaktanz h'' sowie den effektiven, auf die primäre Wicklung reduzierten Ohmschen Widerstand r'' wie folgt ermitteln:

$$k'' = \frac{\Delta_k \sin \varphi_k}{J_k} - k_a{}^{1}),$$

$$r'' = \frac{\Delta_k \cos \varphi_k}{J_k} - r_1,$$

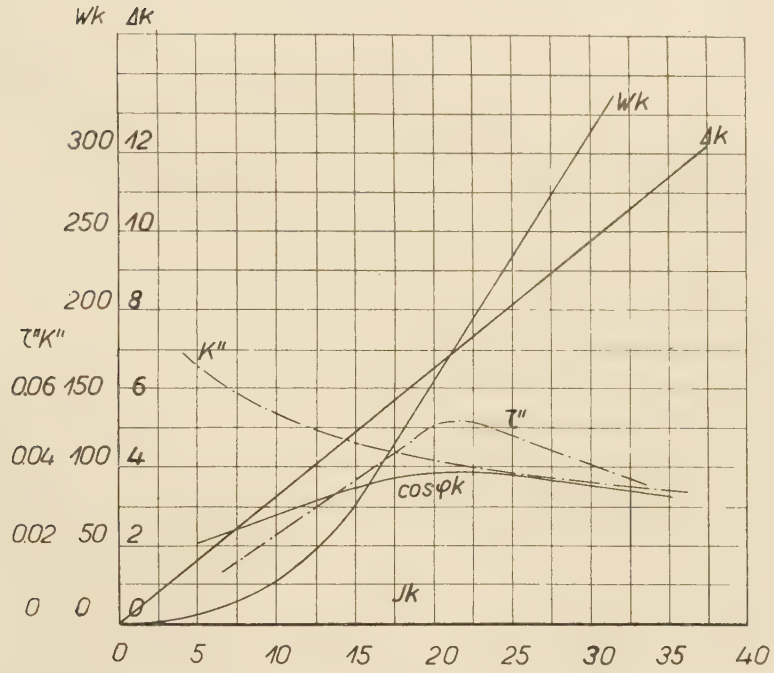

Fig. 6.

wobei

$$\cos \varphi_k = \frac{W_k}{3 \cdot J_k \cdot \Delta_k},$$

J_k und Δ_k Strom und Spannung pro Phase bedeuten.

Fig. 6 zeigt ein Kurzschlußdiagramm einer 12 KW-Maschine der Siemens-Schuckert-Werke mit den daraus ermittelten Konstanten k'' und r''.

[1]) Ossanna, Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 566, wenn unter $(k'' + k_a)$ die gesamte Reaktanz und unter $(r'' + r_1)$ der gesamte Ohmsche Widerstand des Kurzschlußstromkreises verstanden wird.

Die inverse Reaktanz k'' ist im Vergleich zu der Streu- und Querreaktanz ($k_d = 0{,}25\ \Omega$, $k_q = 0{,}255\ \Omega$)[1]) sehr klein. Dagegen ist r'' dem $r = 0{,}065\ \Omega$ gegenüber recht groß, was zum Teil auf die Wirkung der Wirbelströme zurückzuführen ist. Der ganz merkwürdige Verlauf von r'' (vgl. Fig. 6) dürfte durch den Einfluß der dritten Harmonischen der Spannung verursacht werden. Bei der oszillographischen Aufnahme der vom inversen Felde im Kurzschluß induzierten Spannung zeigt sich nämlich[2]), daß die dritte Harmonische je nach der Phasenverschiebung ganz verschiedene Lagen gegenüber der ersten einnimmt, was bei gleicher Stromstärke verschiedene Leistungsaufnahmen bedingt. So fand Dr. Wengner beispielsweise bei 20 Ampere Kurzschlußstrom und $\vartheta'' = -45^0$ bzw. $\varphi_k = 89^0\ 47'$ die aufgenommene Leistung zu $W_k = 32{,}5$ Watt, dagegen ergab sich bei $\vartheta'' = +45^0$ bzw. $\varphi_k = 76^0$ die Leistung bei der gleichen Stromstärke zu $W_k = 197{,}5$ Watt. Es ist somit für den effektiven Ohmschen Widerstand r'' die Phasenverschiebung φ_k von allergrößter Bedeutung, und da sie im Kurzschluß nicht konstant bleibt, so weist r'' da ein Maximum auf, wo φ_k ein Minimum bzw. $\cos \varphi_k$ ein Maximum hat (vgl. Fig. 6). Eine genauere Bestimmung von r'' und k'' für das Diagramm ließe sich durch eine Trennung der Harmonischen im Kurzschluß durchführen, was in der bekannten Weise mit Wattmeter und Hilfsmaschine erreicht werden kann.

Um sich ein Urteil darüber zu verschaffen, ob die Konstanten r'' und k'' für den unsymmetrischen Betrieb angewendet werden können, muß man sich vor allem klarlegen, inwiefern sich der »Kurzschluß im Betrieb«, d. h. bei der normalen Erregung, von dem gewöhnlichen Kurzschluß unterscheidet. Der magnetische Widerstand (δ'') erfährt bei der normalen Erregung infolge großer Induktionen bedeutende Zunahme, was aber sowohl für das primäre Ankerfeld wie auch für das sekundäre, dämpfende Magnet- und Wirbelfeld zutrifft. Es dürfte somit das

[1]) Die Streu- und Querreaktanz sind nach den von Herrn Geheimen Hofrat Ossanna angegebenen Methoden bestimmt. Vgl. Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 501, sowie Wengner, Einphasenmaschine S. 71 und 75.

[2]) Vgl. Wengner, Einphasenmaschine S. 63.

resultierende inverse Feld im Betrieb sich kaum von demjenigen im Kurzschluß unterscheiden, was auch durch den Versuch völlig bestätigt wird.

Ermittelt man nämlich bei verschiedenen Arten der Unsymmetrie die inversen Strom- und Spannungskomponenten (J'' und Δ'') und trägt man sie in das Kurzschlußdiagramm (in Fig. 7 durch Punkte gekennzeichnete Werte), so erhält man

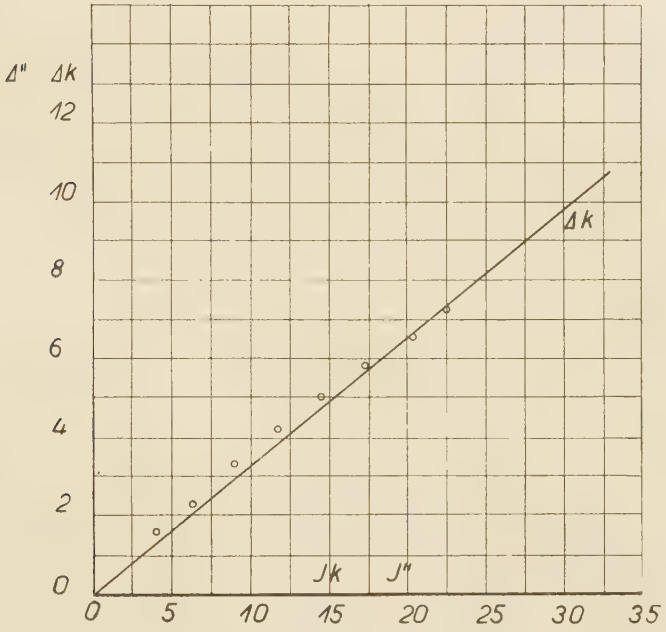

Fig. 7.

ein anschauliches Bild über die Vorgänge im Kurzschluß, und zwar mit und ohne Erregung. Da die Werte von Δ'' sich nur ganz wenig von Δ_k unterscheiden, so können auch die Konstanten k'' und r'' im Betrieb kaum von denjenigen im Kurzschluß abweichen.

III. Einphasig gespeister Synchronmotor.

1. Im Leerlauf.

Der einphasig gespeiste Synchronmotor stellt einen speziellen Fall der Unsymmetrie dar, der aber nach den vorher-

gehenden Betrachtungen in der gleichen Weise behandelt werden kann wie auch die übrigen Fälle der Unsymmetrie. Wir müssen nur in der dritten Phase eine Klemmenspannung Δ_3 annehmen, die der induzierten E. M. K. genau gleich und entgegengesetzt gerichtet ist (vgl. S. 3), dann kann die Zerlegung

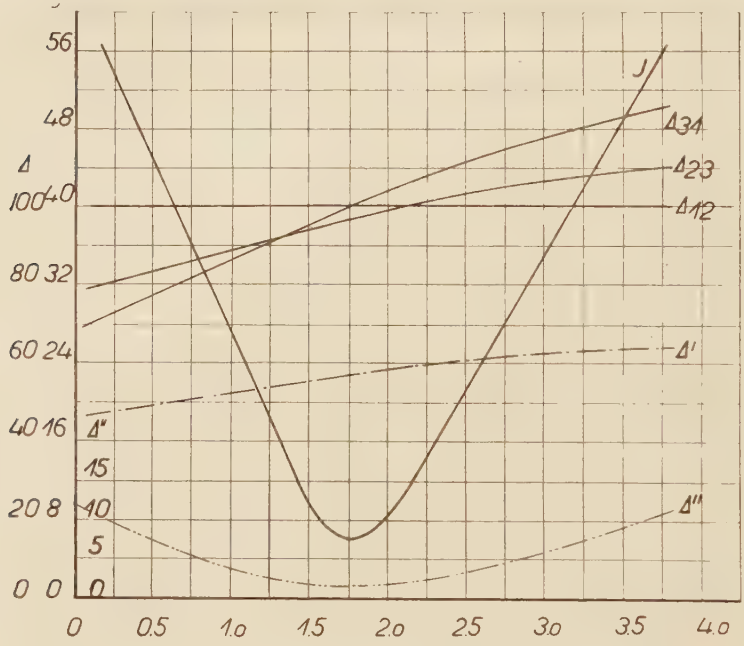

Fig. 8.

der unsymmetrischen Vektoren ohne weiteres durchgeführt werden, da ja

$$\dot{\Delta}_1 + \dot{\Delta}_2 + \dot{\Delta}_3 = 0$$

ist.

Da nun ein Synchronmotor bei konstanter Spannung je nach der Erregung verschiedene Stromaufnahmen zeigt, so müssen auch die synchronen bzw. die inversen Klemmenspannungs-Komponenten mit der Erregung variieren, da ja die ersten hauptsächlich von der Erregung selbst, die zweiten dagegen ausschließlich von der Strombelastung, d. h. von den Impedanzspannungen abhängen. Um ein Bild von dem Ver-

laufe der in Frage kommenden Größen zu bekommen, wurden beim Leerlauf eines einphasig gespeisten Motors der Strom und die verketteten Spannungen abhängig von der Erregung aufgenommen. Da die geometrische Summe der Phasenspannungen gleich Null ist, so bestimmt der Schwerpunkt des Dreiecks der verketteten Spannungen die jeweilige Lage des Sternpunktes und somit auch die einzelnen Phasenspannungen, deren symmetrische Komponenten dann leicht ermittelt werden können. In Fig. 8 sind außer den verketteten Spannungen auch die symmetrischen Komponenten der Phasenspannungen (Δ' und Δ'') aufgetragen, deren charakteristischer Verlauf vollkommen im Einklange mit dem vorher Gesagten steht. Der Verlauf von Δ'' ist durch denjenigen von J bestimmt, dagegen wird der Verlauf von Δ' durch die synchronen Komponenten der Impedanzspannungen beeinflußt und weicht somit von dem normalen Verlauf einer Leerlaufspannung ab.

Die symmetrischen Komponenten der Ströme sind bei Einphasenbetrieb (vgl. Fig. 2) einander gleich und $\frac{1}{3}$mal kleiner als der Einphasenstrom selbst, wodurch der Verlauf von J in Fig. 8 auch charakteristisch für die synchronen und inversen Stromkomponenten ist.

2. Als Mehrphasenerzeuger.

Durch den Anschluß der dritten Phase eines einphasig leerlaufenden Synchronmotors an eine freie Leitung wird in Verbindung mit dem ursprünglichen Einphasensystem ein Dreiphasennetz geschaffen, dessen verkettete Spannungen in Fig. 8 eingetragen sind. Da nur die Spannung Δ_{12} von der Zentrale aus konstant gehalten wird, so werden die übrigen zwei Spannungen sowohl von der Erregung des Phasenumformers wie auch von der Art und Größe der Belastung abhängen.

Um die Behandlungen nicht zu komplizieren und sich mehr den praktisch vorkommenden Fällen zu nähern, sollen an dieser Stelle einige einschränkende Annahmen über die Art der Netzbelastung gemacht werden. Es sollen erstens ausschließlich die Vorgänge bei symmetrischer Netzbelastung untersucht werden, da bei der Unsymmetrie nicht nur für jeden speziellen Fall, sondern auch für einzelne Belastungspunkte des-

selben unabhängige Untersuchungen erforderlich werden. Zweitens ist durchweg die Sternschaltung der Netzimpedanzen angenommen worden, da die folgende Untersuchung hauptsächlich für Motoren angewendet werden soll.

Werden drei gleiche in Stern geschaltete Impedanzen von Strömen durchflossen, so muß die geometrische Summe der Phasenspannungen der Belastung ganz unabhängig von den verketteten Spannungen jederzeit gleich Null sein, da ja nach der Kontinuitätsbedingung die geometrische Summe der drei Ströme immer gleich Null ist[1]). Aus diesem Grunde ist auch bei jedem normal gebauten, unsymmetrisch gespeisten Drehstrommotor die geometrische Summe der Phasenspannungen

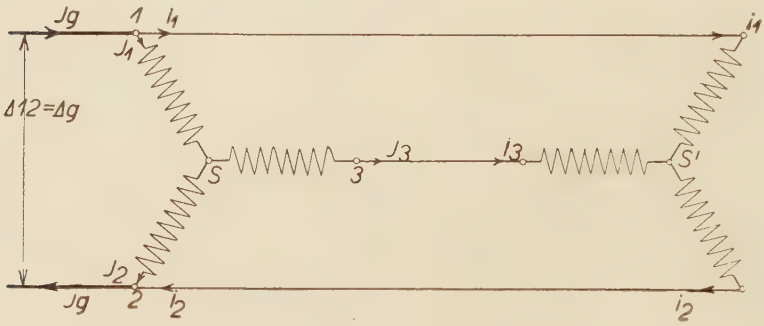

Fig. 9.

gleich Null, welche Tatsache für die Lösung des vorliegenden Problems von außerordentlich großer Bedeutung ist. Die Phasenspannungen eines solchen Dreiphasensystems werden durch den Schwerpunkt des Dreiecks der verketteten Spannungen festgelegt, und da die letzteren sowohl für die Belastung wie auch für den Phasenumformer die gleichen sind, so müssen auch die einzelnen Phasenspannungen in beiden Systemen identisch sein, d. h. es tritt in der Belastung keine Sternpunktsverlegung auf, dem Phasenumformer gegenüber. Auch die symmetrischen Komponenten der Phasenspannungen bleiben identisch und sind für die Stromaufnahme der beiden Systeme maßgebend.

[1]) Vgl. Hommel S. 20.

Nachdem wir über die Verteilung der Spannungen genügend orientiert sind, wollen wir nun auch die Stromverteilung näher untersuchen, und zwar an Hand eines verein-

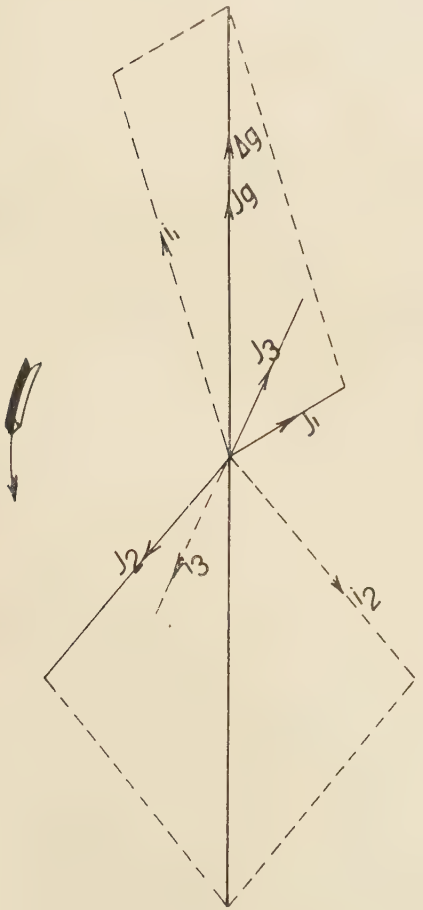

Fig. 10.

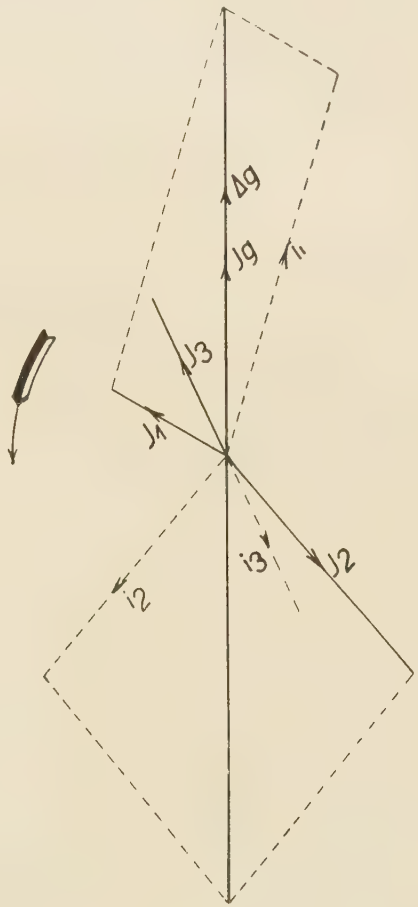

Fig. 11.

fachten Schaltungsschemas (vgl. Fig. 9), da die Ströme durch eine Reihe von Kontinuitätsbedingungen im gewissen Sinne von einander abhängig sind. Der zugeführte Einphasenstrom wird in den Knotenpunkten 1 und 2 in je zwei Komponenten gespaltet, die mit dem Strom J_3 bzw. i_3 zwei unsymmetrische Drehstromsysteme bilden.

Betrachten wir das Einphasensystem als das resultierende der beiden, so wird die gegenseitige Lage dieser Drehstromsysteme durch die Bedingung $j_3 + i_3 = 0$ gegeben sein. Je nach der gewählten Reihenfolge der Vektoren dieser Drehstromsysteme bekommen wir aber die eine oder die andere Lage des Einphasensystems, was die Aufgabe zuerst als unbestimmt erscheinen läßt (vgl. Fig. 10 und 11). Dies rührt davon her, daß wir je nach der Drehrichtung des Phasenumformers verschiedene Strom- und Spannungsverteilungen bekommen, und daß somit einer gegebenen Stromverteilung ein ganz bestimmter Umlaufsinn im Diagramm entspricht. Ist dieser nicht gegeben, so kann aus den Phasenverschiebungen des Systems leicht entschieden werden, welches Diagramm das richtige ist. Gilt z. B. die gegebene Stromverteilung in Fig. 10 und 11 für eine induktive Dreiphasenbelastung bei $\cos \varphi_z = 1$[1]), so kann nur das Diagramm der Fig. 11 das richtige sein; denn nur bei diesem belastet der Phasenumformer das Netz kapazitiv. Das Diagramm der Fig. 10 wird durch die Änderung der Drehrichtung der Vektoren mit dem Diagramm der Fig. 11 vollkommen identisch sein, und es ist somit gleichgültig, wie man die Ströme aufträgt, wenn man nur nachträglich den richtigen Umlaufsinn annimmt.

Denken wir uns nun das Einphasensystem sowie die beiden Drehstromsysteme in die symmetrischen Komponenten zerlegt, so müssen nach dem Superpositionsgesetz die gleichgroßen synchronen und inversen Komponenten des Einphasensystems die Resultierenden der entsprechenden Komponenten der beiden Drehstromsysteme sein. Daraus folgt somit die interessante Tatsache, daß die geometrischen Summen der synchronen bzw. inversen Komponenten der beiden Drehstromsysteme absolut genommen jederzeit einander gleich sein müssen. Da nun die synchronen Spannungskomponenten immer ein Mehrfaches der inversen sind (vgl. Fig. 8), so wird der inverse Belastungsstrom ganz klein gegenüber dem synchronen sein, wenn die Netzadmittanzen für beide Spannungskomponenten die gleichen sind.

Der inverse Umformerstrom muß dagegen, infolge der oben genannten Beziehung, bedeutend größer wie der synchrone

[1]) Leistungsfaktor des Einfasennetzes.

sein. Dem größeren inversen Umformerstrom entspricht nach dem Kurzschlußdiagramm auch eine beträchtliche inverse Spannungskomponente, die bedeutende Spannungsunsymmetrie zur Folge haben kann. Diese Unsymmetrie wird nun bei konstanter Belastung bei Unter- und Übererregung größer sein, da dabei der Einphasenstrom und somit auch der inverse Umformerstrom größer werden. Bei der richtigen Erregung ($\cos \varphi_y = 1$) wird die Unsymmetrie am kleinsten und nimmt aber dann mit der Belastung zu, entsprechend der Zunahme des Einphasenstromes. Alle diese Behauptungen sind durch eine Reihe von Versuchen bestätigt worden, wobei die maximalen Abweichungen in den verketteten Spannungen unter Umständen bis zu 25% der konstanten Einphasenspannung betrugen. Trotz der verhältnismäßig geringen Unsymmetrie der Belastungsströme dürfte die praktische Anwendung eines solchen Dreiphasensystems infolge der großen Spannungsunterschiede kaum möglich sein, wenn nicht die Belastungsfälle in Betracht kämen, die sich ganz wesentlich von den oben angeführten unterscheiden. Eine solche Belastung des unsymmetrischen Dreiphasensystems stellen die Drehstrommotoren dar, und es soll nun in der Folge ausschließlich das Verhalten der Motoren wegen deren großen praktischen Bedeutung genauer untersucht werden.

IV. Der asynchrone Motor beim Anschluß an ein Einphasennetz.

1. Strom- und Spannungsverhältnisse.

Der Asynchronmotor stellt insofern eine prinzipiell andere Belastung dar, als seine von der Schlüpfung abhängigen Impedanzen für das synchrone und inverse System grundverschieden sind. Während nämlich seine Schlüpfung im Betrieb für das synchrone System

$$s' = \frac{v_1 - v_2}{v_1}$$

nur einige Prozente beträgt, ist sie für das inverse System

$$s'' = \frac{v_1 + v_2}{v_1} = 2 - s'$$

immer größer wie eins und bewegt sich im Betriebe in der Nähe von zwei. Die Impedanz behält somit für das synchrone

System ihre normale Größe, während sie für das inverse System viel kleiner wird, da, abgesehen von dem unwesentlichen Einflusse des reduzierten Ohmschen Widerstandes, die Reaktanz bis auf Streuung herabgedrückt wird. Wir bekommen nämlich bei der Vernachlässigung von $\left(\frac{r_2}{s'' k_2}\right)^2$ gegenüber 1 für die inverse Reaktanz

$$k'' = k_1 - k_2 \frac{k_{12} k_{21}}{\left(\frac{r_2}{s''}\right)^2 + k_2^2}{}^{1)} = k_1 \left[1 - \frac{1}{(1+\sigma_1)(1+\sigma_2)}\right] = k_1 \cdot \sigma,$$

wobei

k_1 die gesamte primäre Reaktanz des Motors

σ den gesamten Streuungskoeffizienten

bedeuten.

Wird nun ein Asynchronmotor an das vom Umformer gebildete Dreiphasennetz angeschlossen, so nimmt er, entsprechend den symmetrischen Komponenten der Phasenspannungen, zweierlei Ströme auf: die synchronen, Zugkraft ausübenden Ströme und die durch Unsymmetrie hervorgerufenen inversen Ströme. Da nun auch hier die Potentialdifferenz der beiden Sternpunkte gleich Null ist, so werden die synchronen und inversen Spannungskomponenten für Phasenumformer und Asynchronmotor identisch und somit im gleichen Grade für die Stromaufnahme maßgebend sein.

Das inverse Spannungssystem, wenn es auch klein ist, vermag nun infolge der großen Admittanz auch im Asynchronmotor bedeutende inverse Ströme zu erzeugen, die eine beträchtliche Unsymmetrie der Phasenströme des Motors bedingen. Dafür braucht aber der inverse Umformerstrom nicht mehr so groß zu sein, wodurch die Unsymmetrie der Spannungen verbessert wird.

Der wesentliche Unterschied zwischen einer beispielsweise induktionslosen und einer Motorbelastung ist somit der, daß die erste trotz der großen Spannungsunterschiede geringe Stromunsymmetrie aufweist, die zweite dagegen durch die Aufnahme größerer inverser Ströme auf die Spannungsunsymmetrie dämpfend wirkt. Dieses Verhalten ist besonders für Asynchronmo-

[1]) Vgl. Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 558.

toren wünschenswert wegen ihrer hohen Empfindlichkeit gegen Spannungsänderungen und ermöglicht ihre Anwendung in dieser Schaltung.

Um nach diesen mehr qualitativen Betrachtungen auch über die Größenordnung der einzelnen Faktoren einen Überblick zu gewinnen, wurde eine Reihe von Belastungsversuchen

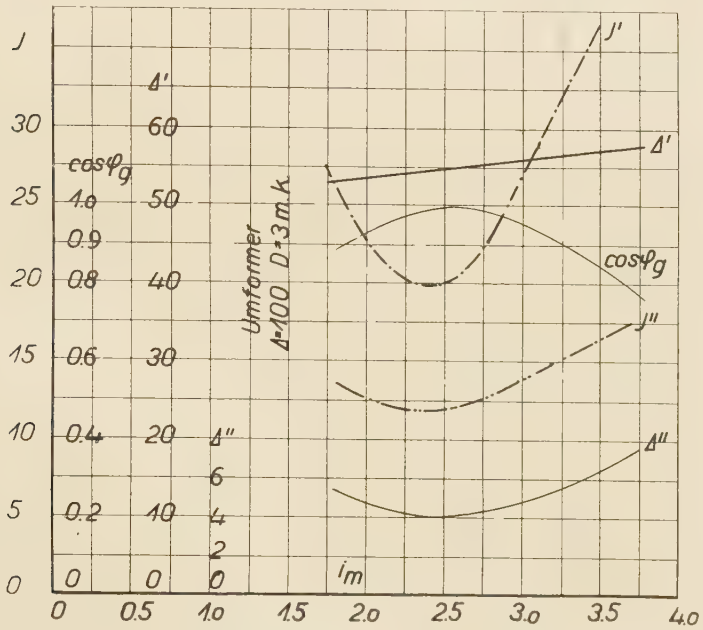

Fig. 12.

angestellt, die der Verfasser dem freundlichen Entgegenkommen des Herrn Geheimen Hofrats Professors Ossanna verdankt.

Zuerst wurde der Einfluß der Erregung des Phasenumformers auf die Strom- und Spannungsverhältnisse bei konstantem Motormoment untersucht und dabei das Augenmerk hauptsächlich auf die symmetrischen Komponenten der Ströme und Spannungen gerichtet, da nur diese ein erschöpfendes Bild der Vorgänge geben können. Es wurde zu diesem Zweck bei konstanter Einphasenspannung die Erregung des Umformers in weiten Grenzen variiert und aus den abgelesenen Strömen und Spannungen ihre symmetrischen Komponenten graphisch ermittelt. In Fig. 12 ist nun der Verlauf der synchronen

und inversen Strom- und Spannungskomponenten beim Phasenumformer, in Fig. 13 beim Asynchronmotor graphisch dargestellt, wobei aber auch der Leistungsfaktor des Einphasennetzes (cos φ_g) in beiden Diagrammen eingetragen ist.

Aus diesen Diagrammen folgt nun, daß die inversen Strom- und Spannungskomponenten den für diese Verhältnisse charakteristischen »*V* – Verlauf« aufweisen und ihr Minimum bei

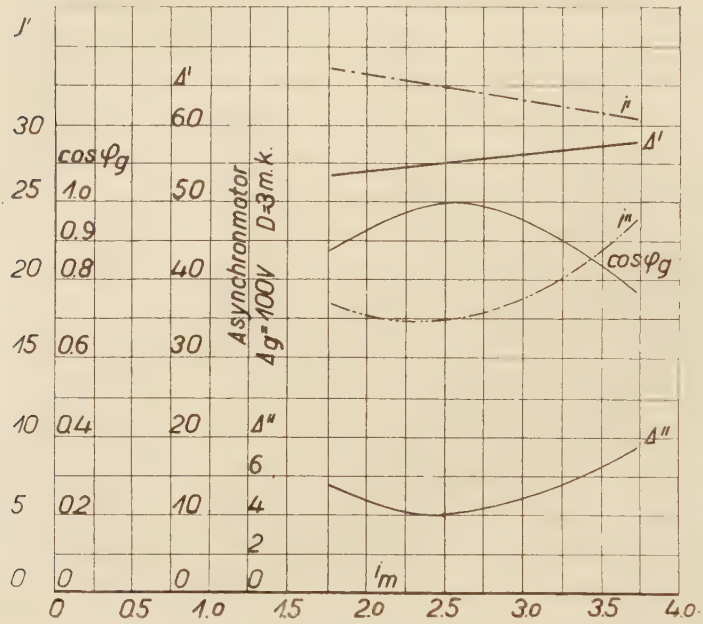

Fig.13.

der induktionslosen Einphasennetzbelastung erreichen. Da aber auch der synchrone Strom beim Phasenumformer sein Minimum bei der gleichen Erregung aufweist, so ist die induktionslose Einphasennetzbelastung nicht nur mit Rücksicht auf die Kraftübertragung erwünscht, sondern sie entspricht auch dem günstigsten Betriebszustande des ganzen Umformersystems. Diese Tatsache wurde auch in der Weise geprüft, daß man bei konstanter Einphasenspannung die Bremsdiagramme des Asynchronmotors bei verschiedenen Erregungen aufnahm und sie miteinander verglich; es zeigte sich dann auch hier, daß die

elektrische Beanspruchung der Motoren innerhalb derjenigen Erregergrenzen am günstigsten war, die der induktionslosen Einphasennetzbelastung entsprachen.

Da die synchronen Spannungskomponenten mit wachsender Erregung zunehmen, so muß auch die Belastungsfähigkeit des Asynchronmotors mit der Erregung steigen. Im allgemeinen

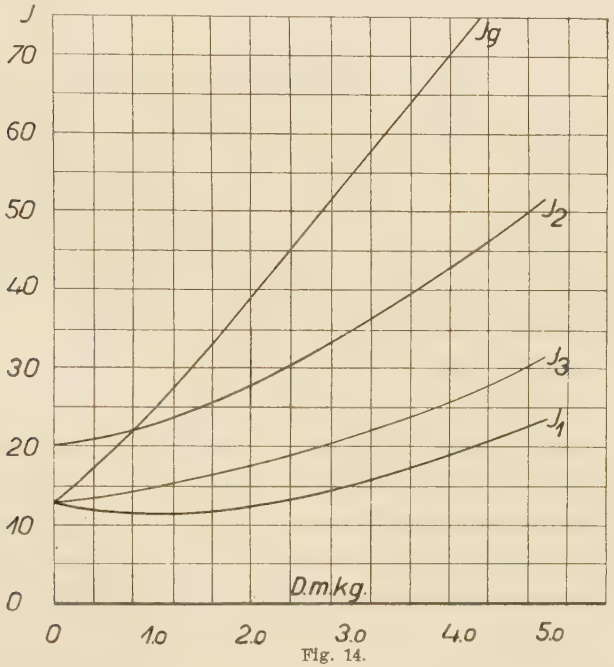

Fig. 14.

wird sie aber bei Übererregung eher durch das rasche Anwachsen der inversen Ströme und somit durch unzulässige Erwärmungen begrenzt, als durch die verminderte Spannung bei $\cos \varphi_g = 1$. Es wird somit auch für den Asynchronmotor die induktionslose Einphasennetzbelastung günstiger sein wie etwa die kapazitive.

Um nun auch den Einfluß der Belastung des Asynchronmotors auf die Strom- und Spannungsverhältnisse zu untersuchen, wurde das Bremsdiagramm des Motors bei der induktionslosen[1]) Einphasennetzbelastung aufgenommen und die

[1]) Die genaue Einstellung auf $\cos \varphi_g = 1$ geschah mit der Hilfsmaschine in der Ossannaschen Schaltung.

Bremsergebnisse in den Diagrammen 14 bis 17 graphisch aufgetragen. So ist in Fig. 14 und 15 der Verlauf der Phasenströme des Umformers bzw. des Asynchronmotors eingetragen, und zwar abhängig vom Drehmomente bei der konstanten Einphasenspannung ($\Delta_g = 100$ Volt) und Periodenzahl des zugeführten Wechselstromes ($\nu = 40$), dabei ist außerdem in Fig. 14

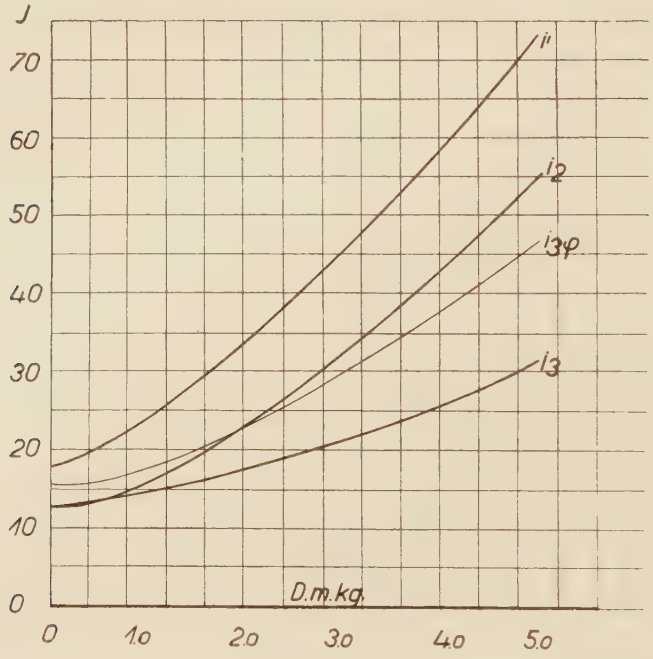

Fig. 15.

der Einphasenstrom (J_g) und in Fig. 15 der Drehstrom (i_{3q}), der vom Motor bei symmetrischen Spannungen ($\Delta_{3q} = 100$) aufgenommen wäre — eingetragen.

Das Diagramm 16 enthält außerdem auch die auf graphischem Wege ermittelten symmetrischen Strom- und Spannungskomponenten des Asynchronmotors, deren Verlauf für die Beurteilung der Vorgänge von dem gewählten Gesichtspunkte aus besonders wichtig ist. Solange nämlich Δ' mit der Phasenspannung des symmetrisch gespeisten Motors (Δ_q) übereinstimmt, decken sich auch die Kurven i' und i_{3q}; in dem Maße aber wie Δ', beeinflußt durch die symmetrischen Kom-

ponenten der Impedanzspannungen, abnimmt, muß i' dem i'_g gegenüber zunehmen, damit das gleiche Moment erzeugt wird. Da nun Δ' vom Leerlauf bis Vollast nur um etwa 5% sinkt, kann auch i' von i_{3g} nicht viel verschieden sein, so daß man bei einem gegebenen Moment, den cos $\varphi_g = 1$ vorausgesetzt, mit großer Annäherung den erforderlichen synchronen Strom angeben kann, wenn das Bremsdiagramm des Motors für symmetrische Spannungen vorliegt.

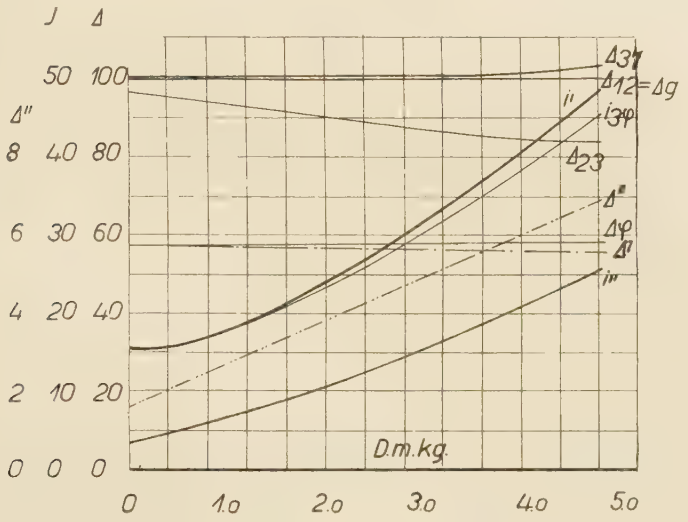

Fig. 16.

Mit wachsender Belastung muß naturgemäß auch der Einphasenstrom (somit auch seine Komponenten) zunehmen, was in dem ganzen Umformersystem steigende Unsymmetrien hervorruft. Das kommt ja bekanntlich in der Weise zum Ausdruck, daß sowohl der Synchron- wie auch Asynchronmotor inverse Ströme aufnehmen, die den inversen Komponenten des Einphasenstromes das Gleichgewicht halten müssen. Demnach wächst auch der inverse Strom i'' angenähert proportional mit der Belastung, entsprechend der Zunahme des Einphasenstromes. Die ihn erzeugenden inversen Spannungen müssen nach dem Kurzschlußdiagramm den gleichen Verlauf wie i'' aufweisen. Die tatsächlich auftretenden Ströme (i_1, i_2, i_3), die sich ja aus

den besprochenen Komponenten zusammensetzen, weisen eine ganz beträchtliche Unsymmetrie auf, die mit der Belastung, entsprechend der Zunahme des inversen Stromes i'', steigt. In der Fig. 15 ist der Verlauf der Ströme i_1, i_2, i_3 eingetragen.

Für die Beurteilung der Grenze der zulässigen Belastung mit Rücksicht auf die Erwärmung sind somit außer dem größten Phasenstrom auch die zwei anderen in Betracht zu ziehen, wobei natürlich die Dauer der größten Strombelastung der einen Phase die ausschlaggebende Rolle spielt. Eine genaue Untersuchung der Erwärmung des unsymmetrisch gespeisten Motors ist mit Rücksicht auf die gebotenen Grenzen dieser Arbeit nicht durchgeführt worden, und da zurzeit auch keine solche vorliegt, muß man sich bei der Wahl des Modells für einen gegebenen Belastungsfall mit einer Schätzung auf Grund der vorher ermittelten Phasenströme begnügen.

Was nun die Phasenströme des Umformers (Fig. 14) anbelangt, so sehen wir, daß sie noch größere Unsymmetrien aufweisen, da der größte Phasenstrom (J_2) beinahe das Doppelte der beiden anderen beträgt. Hätten wir also nur auf den größten Strom Rücksicht zu nehmen, so müßten wir den Synchronmotor beinahe auf die ganze zu übertragende Dreiphasenleistung dimensionieren, da sein größter Phasenstrom nur etwa um 30% kleiner ist als der größte Strom des Asynchronmotors. Das ist aber bei weitem nicht der Fall, da wir beim Synchronmotor mit Rücksicht auf die beiden übrigen Ströme noch viel höhere Überlastungen der einen Phase zulassen können wie beim Asynchronmotor. Dabei haben die Versuche gezeigt, daß die Gefahr des Außer-Tritt-fallens bei Stromstärken liegt, die praktisch unzulässig sind. So blieb beispielsweise ein Synchronmotor im Lauf, trotzdem daß die Strombelastung der einen Phase auf den 2,5 fachen Wert und der zwei anderen Phasen um rund 40% der normalen Strombelastung erhöht wurde.

2. Leistung und Wirkungsgrad.

Die Fig. 17 zeigt den Verlauf der vom Asynchronmotor aufgenommenen Phasenleistungen (w) mit den dazu gehörigen Phasenverschiebungen, wobei zum Vergleich auch die Phasenleistung des symmetrisch gespeisten Motors ($w_{3\varphi}$) eingetragen

ist. Da das Diagramm außerdem auch die gesamte zugeführte Einphasenleistung ($W g$) enthält, so gibt die Differenz

$$(W g - \Sigma w)$$

die Verlustleistung, die vom Umformer verbraucht wird. Wir sehen nun, daß der Verlauf der Phasenleistungen vollständig durch denjenigen der Phasenströme charakterisiert ist, wobei allerdings w_3 durch den schlechten cos φ_3 noch weiter herabgedrückt

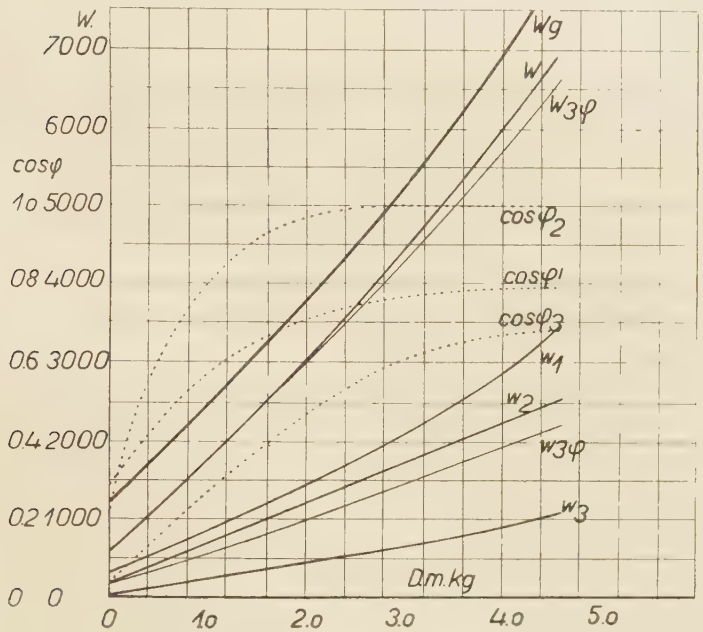

Fig. 17.

wird. Nach dem Superpositionsgesetz läßt sich die gesamte dem Asynchronmotor zugeführte Leistung auch wie folgt anschreiben:

$$W = \Sigma w = w_1 + w_2 + w_3 = \Delta' J' \cos \varphi' + \Delta'' J'' \cos \varphi'' = \\ = W' + W'',$$

wenn W' und W'' die Leistungen der fiktiven symmetrischen Ersatz-Drehstromsysteme bedeuten. Diese Schreibweise ist ohne weiteres zulässig, da der Momentanwert der Phasenleistungen auf Grund der durchgeführten Zerlegung jederzeit gleich der Summe der Momentanwerte der beiden fiktiven Leistungen ist. (Vgl. auch Hommel S. 29.)

Aus der Theorie der Asynchronmotoren ist nun aber bekannt, daß W' fast ausschließlich für die Motorwirkung maßgebend ist, während W'' der Kurzschlußleistung bei $n = -n_{nor}$ entspricht. Demnach ist der Anteil der einzelnen Phasen an der Motorleistung trotz der großen Unterschiede in den Phasenleistungen ($W' \cong 3\, w_{3\varphi}$) genau der gleiche. Ermitteln wir nämlich die auf den Rotor übertragene mechanische Leistung[1])

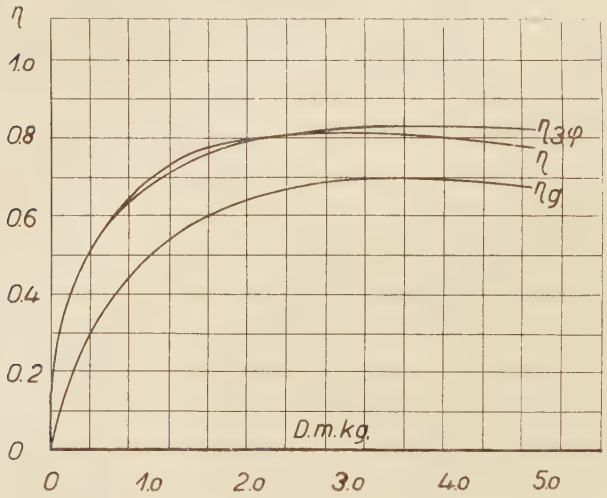

Fig. 18.

W_{2m} für beide fiktive Leistungen W' und W'', so erhalten wir:

$$W_{2m}' = W_2'\,(1 - s'),$$
$$W_{2m}'' = W_2''\,(1 - s'') = -\,W_2''\,(1 + s'),$$

wenn

$$W_2 = w_2' + w_2'' = W - V_{cu_1} - V_{Fe_1}$$

die gesamte auf den Rotor übertragene Leistung ist.

Daraus folgt nun, daß das inverse System der Spannungen auf das Verhalten des Motors in doppelter Hinsicht ungünstig wirkt: erstens bedingt es inverse Ströme, die die Kupferverluste der einzelnen Phasen erheblich vergrößern, und zweitens eine Bremswirkung ($W_2''_m$) und somit eine Verschlechterung des Motorwirkungsgrades; allerdings wird der Wirkungsgrad nur unwesentlich beeinflußt, da $W_2''_m$ nur einige Prozente von $W_2'_m$

[1]) Vgl. Ossanna, Starkstromtechnik, 2. Aufl., S. 553 u. 554.

beträgt. Das Diagramm 18 bestätigt auch diese Behauptung, indem es zeigt, daß $\eta_{3\varphi}$ sich nur unwesentlich von η unterscheidet. Was aber den Gesamtwirkungsgrad (η_g) anbelangt, so hängt er naturgemäß hauptsächlich von dem Wirkungsgrade des Synchronmotors ab und kann unter Umständen beträchtlich unter dem η liegen. (Vgl. Fig. 18.)

V. Vorausberechnung der Ströme und Spannung.

Eine direkte Lösung der vorliegenden Aufgabe ist insofern unmöglich, als man infolge der gegenseitigen Abhängigkeit der gesuchten unsymmetrischen Ströme und Spannungen zu irgendeiner Annäherungsmethode greifen muß. Dabei wird die rein analytische Behandlung des Problems, wie auf den ersten Blick ersichtlich, außerordentlich kompliziert, und es soll deshalb in der Folge eine graphisch-rechnerische Methode zur Lösung der Aufgabe angegeben werden. Dabei wollen wir die Aufgabe so stellen, wie sie tatsächlich in der Praxis vorkommen könnte, d. h. es sollen als bekannt nur folgende Größen vorausgesetzt werden: die zur Verfügung stehende Einphasenspannung Δ_g, der Leistungsfaktor des Einphasennetzes (cos φ_g), der im allgemeinen mit Rücksicht auf die günstigste Kraftübertragung wie auch auf das Verhalten des ganzen Umformersystems (vgl. S. 31) gleich 1 gewählt wird, — und schließlich die Art und Größe der Dreiphasenmotor-Belastung.

Nach den vorhergehenden Betrachtungen (vgl. Fig. 17) weicht die primär aufgenommene Dreiphasenleistung des Asynchronmotors (W) nur ganz unwesentlich von derjenigen des symmetrisch gespeisten Motors (bei $\Delta_g = \Delta_{3\varphi}$) ab. Da außerdem nach S. 35 die gesamtaufgenommene Motorleistung W nahezu identisch mit der Leistung des fiktiven synchronen Systems (W') ist, so kann mit großer Annäherung geschrieben werden:

$$W_{3\varphi} = W = W' = 3\,\Delta'\,i'\cos\varphi'.$$

Diese Tatsache dient zum Ausgangspunkt der folgenden Untersuchung und gestattet uns, in äußerst einfacher Weise sowohl die absolute Größe, wie auch die gegenseitige Lage der synchronen Strom- und Spannungskomponenten festzulegen, wenn man angenähert $\Delta_{12}' = \Delta_{3\varphi}$ setzt und den Strom ($i_{3\varphi} = i'$) aus dem Bremsdiagramm des symmetrisch gespeisten Motors

entnimmt. Liegt dasselbe nicht vor, so muß man sich mit einer Schätzung von cos φ' begnügen. Eine noch größere Genauigkeit ließe sich erreichen, wenn wir auf Grund der Versuche (vgl. Fig. 16)

$$\Delta' = (0{,}96 \sim 0{,}94)\, \Delta\, \varphi$$

annehmen, falls es sich dabei um Belastungen bei cos $\varphi_g = 1$ handelt. Um auch der Abweichung von i' und $i_{3\varphi}$ (Fig. 16) Rechnung zu tragen, könnte auch der synchrone Strom entsprechend umgerechnet werden.

Die gesamte von dem Einphasennetz abgegebene Leistung W_g läßt sich nur dann bestimmen, wenn die Größe und der Wirkungsgrad des Synchronmotors bekannt sind, was aber bei einer solchen Untersuchung nicht der Fall sein wird. Schätzen wir den Wirkungsgrad des Synchronmotors η_s, so läßt sich die Einphasenleistung mit großer Annäherung wie folgt bestimmen:

$$W_g = W + W\,(1 - \eta_s) = W\,(2 - \eta_s).$$

Der Einphasenstrom kann nun aus W_g, Δ_g und dem gegebenen Leistungsfaktor des Einphasennetzes cos φ_g gerechnet werden:

$$J_g = \frac{W_g}{\Delta_g \cos \varphi_g}.$$

Nach den vorhergehenden Betrachtungen, vgl. S. 26, sind die symmetrischen Komponenten des Einphasenstromes

$$J_g' = J_g'' = \frac{J_g}{\sqrt{3}}$$

die Resultierenden der entsprechenden Komponenten der beiden Drehstromsysteme des Umformersatzes. Es ließe sich also durch die Zerlegung des Einphasenstromes in seine Komponenten der synchrone Umformerstrom J' aus J_g und i' ermitteln, wenn die Lage des Einphasensystems gegenüber dem synchronen Belastungssystem ($i'\Delta'$) festgelegt wäre. Wir könnten in erster Annäherung $\dot{\Delta}_g = \dot{\Delta}_{12}'$ setzen, wodurch natürlich die Lage von J_g sofort gegeben wäre; für kleine Belastungen (Δ'' klein) trifft das auch mit großer Annäherung zu, dagegen besser wäre es, nach angenäherter Ermittlung von Δ'' die Lage von Δ_g aus dem Dreieck

$$\dot{\Delta}_g = \dot{\Delta}_{12}' + \dot{\Delta}_{12}''$$

zu bestimmen.

Der inverse Einphasenstrom J_g'' setzt sich zusammen aus dem Kurzschlußstrom des Asynchronmotors (i'') und demjenigen des Umformers (J'') bei der gleichen Spannung Δ''. Da man vorläufig keine näheren Angaben über Δ'' machen kann, so soll in erster Annäherung für den Lauf der Motoren die Gleichheit der inversen Motor- und Umformerimpedanzen angenommen werden. Dieser Annahme wird dann bei gleicher Spannung für beide Stromkreise folgende Strombedingung entsprechen:

$$i'' = J'' = \frac{J_g''}{2}.$$

Aus den Kurzschlußdiagrammen sowohl des Synchron- wie Asynchronmotors können wir dann die dazu gehörigen Kurzschlußspannungen Δ'' bestimmen. Da sie jedoch im allgemeinen voneinander verschieden sein werden, so entnehmen wir den Kurzschlußdiagrammen die endgültigen Ströme für den Mittelwert der Spannungen Δ''. Im Falle, daß die Kurzschlußdiagramme nicht vorliegen, muß man sich mit einer kleineren Genauigkeit begnügen, und zwar $\dot{\Delta}_g = \dot{\Delta}_{12}'$ annehmen und die Kurzschlußströme je nach den Verhältnissen etwa $J'' = i''$ setzen.

Nachdem nun das Einphasensystem mit seinen Komponenten dem synchronen Belastungssystem ($i'\Delta'$) gegenüber fixiert ist und gleichzeitig auch über die inversen Ströme gewisse Annahmen getroffen sind, kann die Bestimmung der wirklichen Ströme durch die geometrische Addition der einzelnen Komponenten in einfacher Weise durchgeführt werden.

Bei einer geschickten Schätzung gelingt die Bestimmung der Ströme mit solch großer Genauigkeit, daß die wiederholte Anwendung der Methode überflüssig wird, um so mehr als die ganze Vorausbestimmung der Phasenströme dazu benutzt wird, um auf Grund der einzelnen Phasenbelastungen die Größe des erforderlichen Modells abschätzen zu können.

Die genaue Bestimmung der Spannungen des Umformersatzes, die im allgemeinen nicht erforderlich ist, kann natürlich erst dann erfolgen, wenn ein Synchronmotor bereits gewählt ist und seine Konstanten vorliegen. Es lassen sich dann nach S. 18 zuerst das inverse Spannungssystem aus den Impedanzspannungen des Umformers und dann mit Zuhilfenahme von

$\Delta_g = \Delta_{12}$ sowohl die verketteten wie auch die Phasenspannungen des Systems ermitteln.

Der Vollständigkeit halber soll hier noch die weitergehende Annäherung besprochen werden. Bestimmt man die symmetrischen Komponenten der Phasenspannungen, die, wie soeben erwähnt, aus den Impedanzspannungen bei der ersten Annäherung ermittelt werden können und wiederholt man die ganze Konstruktion von neuem, indem man aber für i', i'' und J'' die Werte einführt, die den soeben bestimmten Spannungen (Δ' und Δ'') entsprechen, so bekommt man die Ströme etwas genauer; viel macht es nicht aus, da es sich dabei nur um geringe Korrekturen handelt.

Die ziemlich umfangreiche Auseinandersetzung könnte den Anschein erwecken, daß die Methode nicht nur ungenau, sondern auch umständlich ist. Um das zu widerlegen, wollen wir an dieser Stelle ein Beispiel durchrechnen, und zwar die in Fig. 14 und 15 experimentell aufgenommenen Stromkurven mit Hilfe der Annäherungsmethode nachkonstruieren. Die normale Leistung des Asynchronmotors bei 40 Perioden und 100 Volt Spannung ist 8 PS; das entspricht einem Drehmomente D_{nor} = 4,8 m/kg. Schätzen wir nun für das normale Drehmoment die Abnahme der Synchronenspannung gegenüber dem symmetrischen Betrieb zu etwa 5 % und reduzieren dementsprechend den aus dem Bremsdiagramm des symmetrisch gespeisten Motors entnommenen Strom, so bekommen wir

$$\Delta' = 0{,}95\ \Delta_q = 55 \text{ Volt},$$

$$i' = \frac{57{,}75}{55} \cdot 45 = 47{,}4 \text{ Amp.}$$

Unter der Annahme ferner, daß

$$W' = W_{3\varphi} = 6860 \text{ Watt}$$

ist, wird dann

$$\cos \varphi' = \cos \varphi_{3\varphi} = 0{,}878.$$

Um nun die gesamtaufgenommene Leistung W_g sowie den Einphasenstrom J_g zu berechnen, schätzen wir den Wirkungsgrad des Synchronmotors bei normalem Betrieb zu etwa 0,80. Dann ergibt sich

$$W_g = W\,(2 - \eta_s) = 8240 \text{ Watt}$$

und bei $\Delta_g = 100$ Volt und $\cos \varphi_g = 1$ auch

$$J_g = 82{,}4 \text{ Amp.}$$

Die gleichgroßen symmetrischen Komponenten des Einphasenstromes sind bekanntlich $\sqrt{3}$ mal kleiner wie der Strom, also

$$J_g' = J_g'' = \frac{J_g}{\sqrt{3}} = 47{,}6 \text{ Amp.}$$

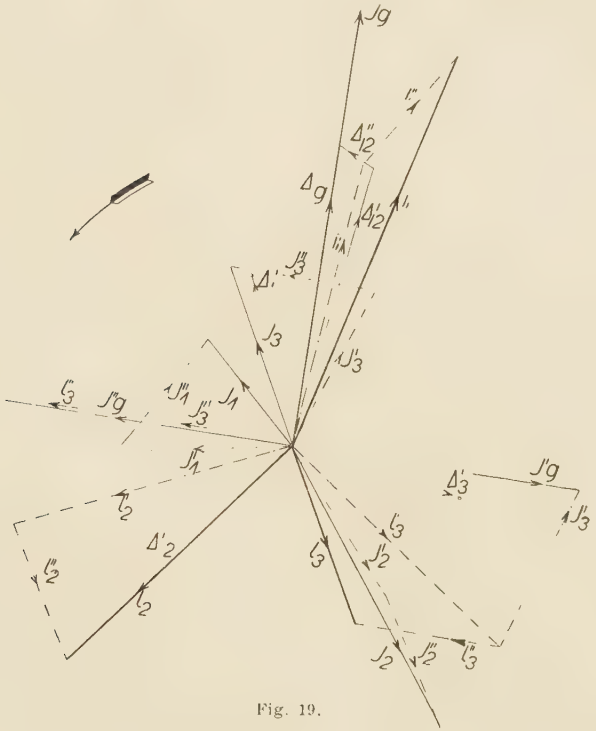

Fig. 19.

Nehmen wir nun an, daß die inversen Stromkomponenten zu gleichen Teilen von Synchron- und Asynchronmotor aufgehoben werden, d. h. also die Gleichheit der inversen Impedanzen, so bekommen wir

$$J'' = i'' = \frac{J_g''}{2} = 23{,}8 \text{ Amp.}$$

Aus den Kurzschlußdiagrammen der beiden Motoren entnehmen wir zu diesen Strömen folgende Spannungen:

$$\Delta''_{syn} = 7{,}8 \text{ Volt}, \quad \Delta''_{asyn} = 7{,}4 \text{ Volt},$$
$$\Delta''_{mitt} = 7{,}6 \text{ Volt}.$$

Die Unterschiede in den Kurzschlußspannungen sind so gering, daß eine Korrektor der J'' und i'' nicht nötig erscheint.

Nun kann das Diagramm für den normalen Belastungspunkt (vgl. Fig. 19) ohne weiteres konstruiert werden, und zwar indem wir zuerst i' und Δ' auftragen und aus Δ_{12}' und Δ_{12}'' und Δ_q die Richtung von J_q bestimmen. Aus den symmetrischen Komponenten des Einphasenstromes sowie aus i', i'' und J''

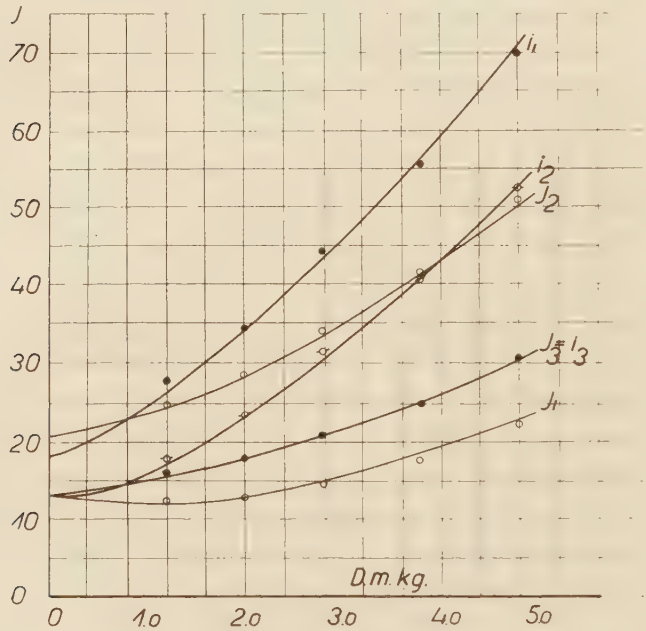

Fig. 20.

lassen sich dann die wirklichen Phasenströme der beiden Motoren sofort ermitteln. Diese Konstruktion ist für verschiedene Drehmomente durchgeführt worden, wobei gleichzeitig berücksichtigt wurde, daß die Abnahme von Δ' gegenüber Δ_q sowie die Verlustleistung des Synchronmotors bei kleinen Belastungen infolge der abnehmenden Ströme bzw. Kupferverluste kleiner werden. Und zwar wurde angenommen bei $D = 0$

$$\Delta' = 0{,}98\, \Delta_q$$

$$W\,(1 - \eta_s)_0 = 5{,}0\, W\,(1 - \eta_s)_{\text{nor.}}$$

Die bei der ersten Annäherung ermittelten Ströme sind nun in dem experimentell aufgenommenen Stromdiagramm (vgl. Fig. 20) durch Punkte gekennzeichnet und stimmen mit großer Annäherung mit den wirklichen Strömen überein. Wenn auch die vorherige Kenntnis der experimentellen Ergebnisse bei dem vorliegenden Beispiel etwas zugunsten der Annäherungsmethode beigetragen hat, so kann zweifellos auch im allgemeinen der Fehler nie groß werden, da es sich hier um Schätzung nur solcher Größen handelt, die überhaupt nicht sehr verschieden sein können.

VI. Der Anlauf der Motoren.

Nach diesen eingehenden Untersuchungen über den Lauf der Motoren könnte man wohl eine berechtigte Frage nach der Brauchbarkeit eines solchen Umformersystems aufwerfen. Wenn auch nämlich der Wirkungsgrad der Drehstrommotoren um einige Prozente besser ist wie derjenige des Einphasenmotors, so wird doch der Gesamtwirkungsgrad der Anordnung kaum diesen überschreiten. Man würde also einen Umformer aufstellen und die damit verbundenen Kosten aufwenden ohne irgendeinen Vorteil für den Lauf der Motoren zu erzielen. Dieser Zweifel an der Lebensfähigkeit eines solchen Umformersystems wird aber durch die folgende Untersuchung über den Anlauf der Motoren behoben, wodurch auch das Anwendungsgebiet des Systems bestimmt wird.

Der Einphaseninduktionsmotor besitzt bekanntlich kein Anlaufsmoment und läßt keine Tourenregulierung zu, da der sekundäre Widerstand r_2 nur ganz unwesentlich die Schlüpfung, dabei aber sehr stark das Moment beeinflußt. Diese unangenehme Eigenschaft erklärt sich nach unserer Theorie in sehr einfacher Weise. Der Einphasenmotor stellt einen Fall der Unsymmetrie dar, der sich von den übrigen insofern ganz wesentlich unterscheidet, als bei ihm durch den Wegfall der dritten Leitung eine Strombedingung $i_3 = 0$ auftritt, die gleichbedeutend ist mit

$$i' = i'' = \frac{1}{\sqrt{3}} J_{1\varphi}.$$

Wird nun der sekundäre Widerstand r_2 beim konstanten Moment vergrößert, so müßte die Schlüpfung größer werden,

damit der synchrone Strom und das Moment konstant bleiben. Der inverse Strom muß aber im Gegenteil mit zunehmendem Widerstand abnehmen und, falls die Tourenzahl sinken würde, sogar in noch höherem Maße infolge der verminderten Schlüpfung des inversen Systems. Das widerspricht aber der Strombedingung, und damit diese erfüllt bleibt, wird mit r_2 auch der

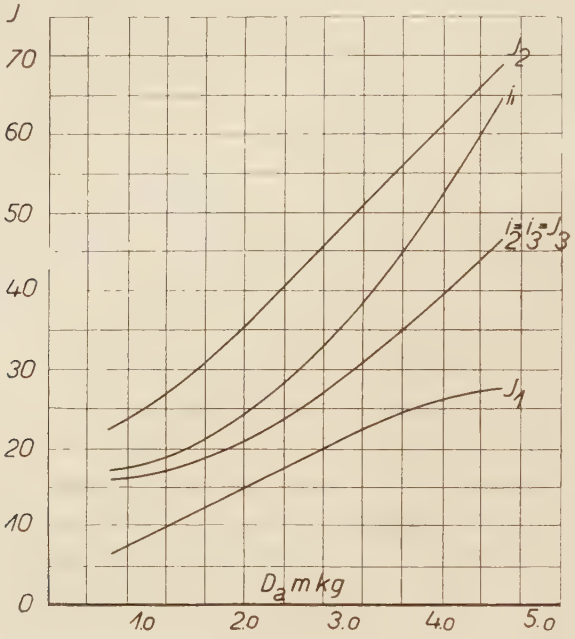

Fig. 21.

synchrone Strom zurückgehen müssen, ohne daß die Tourenzahl eine wesentliche Änderung erfahren wird.

Da nun bei dem allgemeinen Fall der Unsymmetrie diese Strombedingung nicht auftritt, so müssen auch die unsymmetrisch gespeisten Motoren sich wesentlich anders wie die Einphasenmotoren verhalten.

Der einzige Unterschied zwischen dem Lauf und Anlauf der Motoren, beim Anlassen mit Widerständen, besteht darin, daß im Anlauf die inverse Impedanz bedeutend größer wird wie im Lauf. Der Motor nähert sich dadurch mehr dem auf S. 24 behandelten Falle, der sich bekanntlich durch kleine

Stromunsymmetrie in der Belastung und große Spannungsunterschiede im System auszeichnet. Dabei tritt aber im Synchronmotor eine noch größere Unsymmetrie der Ströme auf, die ja auch die großen Spannungsunterschiede zur Folge hat

Fig. 21 zeigt nun den Verlauf der Phasenströme des Systems abhängig von dem Drehmoment im Anlauf, Fig. 22 dagegen gibt die Beziehung zwischen dem Anlaufsmoment und dem An-

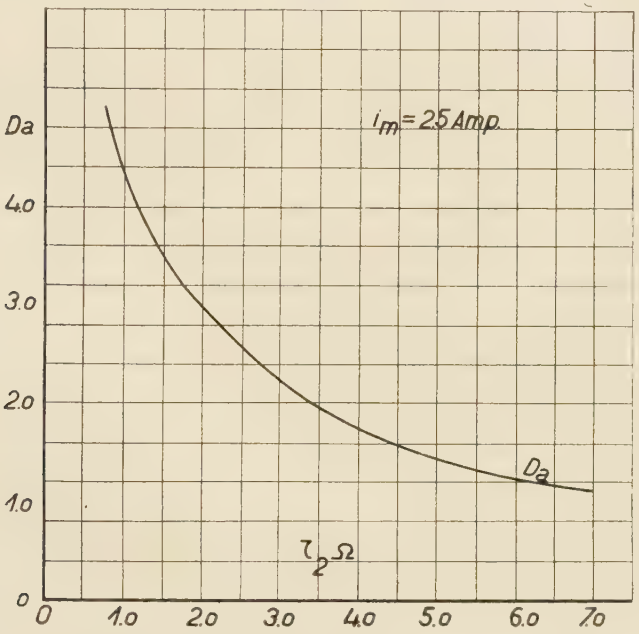

Fig. 22.

laßwiderstand wieder. Der Vergleich der Fig. 21 mit den Fig. 14 und 15 bestätigt das Obengesagte in bezug auf die Ströme im Lauf und Anlauf. Die Stromunterschiede im Asynchronmotor sind im Anlauf infolge der verminderten Kurzschlußströme viel kleiner wie im Lauf; beim Synchronmotor tritt dagegen das Umgekehrte auf. Bei dem Vergleich ist allerdings zu berücksichtigen, daß Fig. 21 nicht wie Fig. 14 und 15 für cos $\varphi_g = 1$, sondern für konstante Erregung gilt.

Über den Verlauf der verketteten Spannungen sowie der symmetrischen Komponenten der Phasenspannungen gibt

Fig. 23 genauen Aufschluß. Es zeigt sich dabei, daß die Spannungsunterschiede sowie die Abnahme der synchronen Spannung Δ' ganz erheblich gegenüber denjenigen im Lauf sind (Fig. 16). Dies ist aber, wie schon erwähnt, in erster Linie darauf zurückzuführen, daß die Erregung im Anlauf nicht auf $\cos \varphi_g = 1$ nachreguliert wurde.

Hätten wir die Erregung so eingestellt, daß $\cos \varphi_g = 1$ bei $D_a = D_{\text{nor}}$ wäre, so bekämen wir eine höhere Spannung Δ

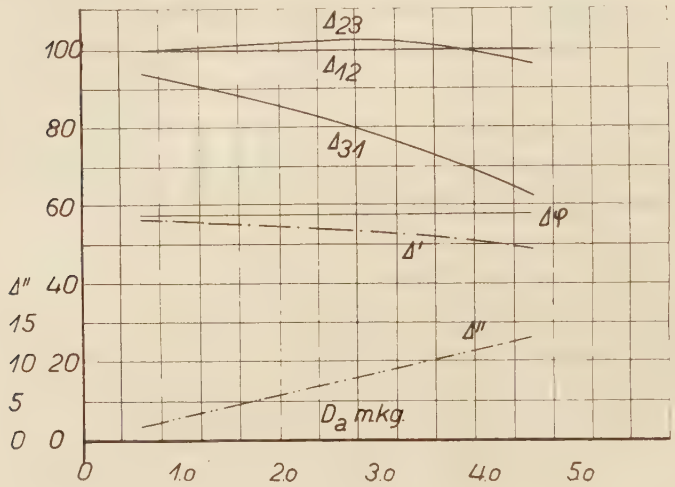

Fig. 23.

und demnach auch kleinere Ströme. Das maximale Anlaufsmoment, das wir dann mit einem bestimmten Umformer hätten erreichen können, wäre dadurch natürlich größer. Durch die Wahl einer höheren Spannung $\Delta_g > \Delta_{3g\,\text{nor}}$ kann ebenfalls das maximal erreichbare Anlaufsmoment mit Rücksicht auf die Strombelastung erhöht werden.

Es sei hier noch darauf hingewiesen, daß sowohl der Asynchronmotor wie auch hauptsächlich der Synchronmotor sich viel günstiger bei einem großen Anlaufsmoment verhalten, da ja der sekundäre Widerstand mit dem Moment abnimmt und der Motor sich somit mehr den Verhältnissen im Lauf nähert.

Aus den Betrachtungen über den Anlauf der Motoren folgt ohne weiteres auch die Möglichkeit der Tourenregulierung

der Asynchronmotoren durch den sekundären Widerstand. Die Versuche haben dabei gezeigt, daß der unsymmetrisch gespeiste Motor sich in bezug auf Tourenregulierung ganz ähnlich wie der symmetrisch gespeiste Motor verhält. Dabei tritt mit abnehmender Tourenzahl bei konstantem Moment eine größere Spannungsunsymmetrie im Synchronmotor, die Belastungsströme dagegen werden immer mehr ausgeglichen, was ja vollständig im Einklang mit unserer Theorie steht.

VII. Die Anwendung.

Nach S. 43 bietet das untersuchte Umformersystem keine wesentlichen Vorteile für den Lauf der Motoren, weshalb es auch kaum jemals für diesen Zweck in Anwendung kommen könnte.

Gegenüber dem Einphasensystem besitzt es aber den großen Vorteil, daß die Asynchronmotoren unter Moment anlaufen können, wodurch die künstliche Phase sowie die Leerscheiben in Wegfall kommen. Es ließen sich dadurch somit die schweren Nachteile des Einphaseninduktionsmotors beseitigen und gleichzeitig durch Kombination der beiden Systeme unter Umständen auch wirtschaftlich günstige Betriebsverhältnisse erreichen.

Das käme aber nur dort in Betracht, wo die einzelnen Motoren oft oder mehrere abwechselnd unter Last anlaufen müssen. Handelt es sich beispielsweise um den Antrieb mehrerer Motoren einer Fabrikanlage, so könnte man bei Einphasenbetrieb unter Anwendung des Umformersystems auch mit Asynchronmotoren ohne besondere Kunstgriffe auskommen. Man umgeht dabei gewisse Nachteile des Einphasenkollektormotors und erhält die Möglichkeit der Anwendung des praktisch idealen Motors für diese Betriebe.

Der Umformer kann dabei ev. nur im Anlauf in Anspruch genommen werden, was sich auch ganz automatisch einrichten ließe. Die Anlagekosten können dadurch bedeutend reduziert werden, da der Umformer für nur etwa ¼ der Motorenleistung dimensioniert werden müßte, wenn natürlich dafür Sorge getragen wird, daß nach den Pausen nicht alle Motoren auf einmal angelassen werden. Durch Übererregung des Umformers ließe sich auch der Leistungsfaktor der bereits einphasig lau-

fenden Motoren kompensieren, wodurch der gesamte Einphasenleistungsfaktor beliebig hoch gemacht werden kann.

Eine solche Einrichtung käme natürlich nur bei großen Fabrikanlagen in Betracht, da sonst die Mehrkosten für die Anlage und Personal die Vorteile des Systems bei weitem überwiegen werden. Diesem Umstande kann aber in der Weise geholfen werden, daß man den Umformer nicht in der Fabrik selbst, sondern in der Unterstation aufstellt, die mehrere Anlagen mit Strom besorgt. An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, daß solche Anlagen bei weitem nicht ausgeschlossen sind, da zurzeit mehrere Großstädte (Frankfurt, Köln u. a.) reine Einphasenanlagen besitzen.

Wird nun die Arbeit nach den Pausen nicht in allen Fabriken gleichzeitig aufgenommen, so braucht der Umformer nicht für die gesamte Anlaufsleistung der Motoren dimensioniert zu werden. Durch besondere Vorschriften für Einschalten größerer Transmissionsmotoren kann außerdem die Größe des Umformers noch weiter reduziert werden. Durch Einschalten der Maximalausschalter in den dritten Phasen ließen sich auch die möglichen Überlastungen in den einzelnen Fabriken abwenden, ohne daß die Zentrale oder andere Fabriken dadurch in irgendeiner Weise beeinflußt wären.

Was nun die Dimensionierung eines solchen Umformers anbelangt, so läßt sich genau das gleiche sagen wie für den Lauf der Motoren. Es ist auch hier neben der Dreiphasenleistung die Größe der einzelnen Phasenströme sowie die Art der Belastung für die Dimensionierung von allergrößter Bedeutung.

Die Phasenströme können genau in der gleichen Weise wie für den Lauf (S. 37.) auf graphischem Wege ermittelt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, daß im Anlauf eine größere Spannungsunsymmetrie auftritt und demnach

$$\Delta_{12}' \cong (0{,}85 \approx 0{,}90)\, \Delta_g$$

zu setzen ist.

Für die Größe der Unsymmetrie ist außerdem nicht gleichgültig, ob alle Motoren gleichzeitig anlaufen oder ob ein Teil bereits im Laufe ist. Das folgt ohne weiteres aus den vorhergehenden Betrachtungen und muß in dem Annäherungsverfahren bei der Annahme über die inversen Ströme berücksichtigt

werden. Im letzten Falle darf auch Δ_{12}' etwas größer gewählt werden.

Da man bei Drehstrommotoren für Einphasenbetrieb die Klemmenspannung Δ_g mit Rücksicht auf das Feld um etwa 15% höher wählen darf, so werden die Motoren im Anlauf angenähert normale synchrone Spannung haben, da ja Δ_{12}' um etwa 15% kleiner wie Δ_g ist. Dadurch wird die Gefahr vermieden, daß die Motoren im Anlauf infolge der verminderten Spannung nicht ziehen werden.

Es wird sich somit bei der Dimensionierung des Umformers für bestimmte Betriebsverhältnisse empfehlen, unter den gegebenen Gesichtspunkten das angenäherte Stromdiagramm nach S. 37 zu entwerfen und dann auf Grund einer Schätzung die unsymmetrische Strombelastung durch eine, in bezug auf die Erwärmung äquivalente symmetrische Belastung zu ersetzen.

Anhang.

1. Die M.M.K.K. des synchronen und inversen Drehstromsystems.

Die auf S. 7 angegebenen Formeln für y' und y'' sind den Vorlesungen des Herrn Geheimen Hofrats Professor Ossanna entnommen und wurden der allgemeinen Übersicht halber ohne Ableitung eingeführt. Für diejenigen, die diese Vorlesungen nicht gehört haben, soll nun an dieser Stelle der allgemeine Rechnungsgang nach Ossanna angedeutet werden.

Die erste Harmonische des Hauptfeldes

$$y = H \sin \frac{2\pi}{X} x$$

erzeugt bei Rechtsdrehung der Wicklung (vgl. Fig. 4 b) drei um 120^0 verschobene E. M. K. K., die durch folgende drei Gleichungen gegeben sind:

$$e_1 = \sqrt{2}\, E_1 \sin \frac{2\pi}{T} t,$$

$$e_2 = \sqrt{2}\, E_2 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{3} \right),$$

$$e_3 = \sqrt{2}\, E_3 \sin \left(\frac{2\pi}{T} t + 2\frac{2\pi}{3} \right).$$

Wird nun der Synchronmotor an unsymmetrische Klemmenspannungen gelegt, so nimmt er nach S. 6 außer den synchronen auch inverse Ströme auf, die je ein Ankerfeld erzeugen. Diese Ströme seien nun als Funktionen der Zeit wie folgt gegeben:

$$i_1' = \sqrt{2}\, J_1' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'\right),$$

$$i_2' = \sqrt{2}\, J_2' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{2\pi}{3} - \vartheta'\right),$$

$$i_3' = \sqrt{2}\, J_3' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + 2\frac{2\pi}{3} - \vartheta'\right)$$

und

$$i_1'' = \sqrt{2}\, J_1'' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta''\right),$$

$$i_2'' = \sqrt{2}\, J_2'' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$i_3'' = \sqrt{2}\, J_3'' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - 2\frac{2\pi}{2}\right).$$

Dabei bedeuten ϑ' und ϑ'' die inneren Phasenverschiebungen, d. h. die Winkel, die die Ströme J_1' und J_1'' mit der Spannung der ersten Phase E_1 einschließen (vgl. Fig. 4 a).

Werden nun die Ströme zu irgendeiner Zeit $t = t$ in einem Diagramm aufgetragen (vgl. Fig. 4 a), so lassen sich auch die M. M. K. K. einzelner Phasen leicht konstruieren, da sie den Momentanwerten der Ströme proportional sind (vgl. Fig. 4 b). Wir bekommen das bekannte Bild der treppenartigen Verteilung der M. M. K. sowohl von dem synchronen wie auch inversen Drehstromsystem.

Nach Fourier lassen sich nun die treppenartig verteilten M. M. K. K. durch eine Reihe von ungeraden Sinusharmonischen ersetzen. Wir bekommen demnach folgende sechs Gleichungen für die M. M. K. K. der einzelnen Phasen:

$$y_1' = \frac{4}{\pi} Y_1' \left[f_1 \sin\frac{2\pi}{x}\xi + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\frac{2\pi}{x}\xi + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\frac{2\pi}{x}\xi + \ldots. \right],$$

$$y_2' = \frac{4}{\pi} Y_2' \left[f_1 \sin\left(\frac{2\pi}{x}\xi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\left(\frac{2\pi}{x}\xi - \frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\left(\frac{2\pi}{x}\xi - \frac{2\pi}{3}\right) + \ldots. \right],$$

$$y_3' = \frac{4}{\pi} Y_3' \left[f_1 \sin\left(\frac{2\pi}{x}\xi - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\left(\frac{2\pi}{x}\xi - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\left(\frac{2\pi}{x}\xi - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \ldots \right],$$

$$y_1'' = \frac{4}{\pi} Y_1'' \left[f_1 \sin\frac{2\pi}{x}\zeta + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\frac{2\pi}{x}\zeta + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\frac{2\pi}{x}\zeta + \ldots \right],$$

$$y_2'' \quad \frac{4}{\pi} Y_2'' \left[f_1 \sin\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - \frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - \frac{2\pi}{3}\right) + \ldots \right],$$

$$y_3'' = \frac{4}{\pi} Y_3'' \left[f_1 \sin\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{1}{3} f_3 \sin 3\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{5} f_5 \sin 5\left(\frac{2\pi}{x}\zeta - 2\frac{2\pi}{3}\right) + \ldots \right],$$

dabei sind die Faktoren f_1, f_3, f_5 usw. die sog. Wicklungsfaktoren, die bei Mehrlochwicklungen eingeführt werden, weil die M. M. K. K. der einzelnen Nutenpaare einer Phase nicht coaxial, sondern um die Nutenentfernung gegeneinander verschoben sind. Y ist der Momentanwert der entsprechenden M. M. K., der dem Momentanwerte des Stromes proportional ist, d. h.

$$Y_1' = Y_{01}' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'\right),$$

$$Y_2' = Y_{02}' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta' + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$Y_3' = Y_{03}' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta' + 2\frac{2\pi}{3}\right).$$

$$Y_1'' = Y_{01}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta''\right),$$

$$Y_2'' = Y_{02}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$Y_3'' = Y_{03}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'' - 2\frac{2\pi}{3}\right),$$

wobei

$$Y_0 = \frac{\delta \cdot w}{2a}\sqrt{2}\,J^{1})$$

ist.

Setzen wir nun diese Werte in die Gleichungen der M. M. K. K. ein und vernachlässigen wir gleichzeitig die höheren Harmonischen, was bei Mehrlochwicklungen zulässig ist, so erhalten wir folgende Gleichungen für die erste Harmonische der M. M. K. K.:

$$y_1' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{01}' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'\right) \cdot \sin\frac{2\pi}{X}\xi,$$

$$y_2' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{02}' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta' + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{X}\xi - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$y_3' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{03}' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta' + 2\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{X}\xi - 2\frac{2\pi}{3}\right).$$

$$y_1'' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{01}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}\xi,$$

$$y_2'' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{02}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{X}\xi - \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$y_3'' = \frac{4}{\pi} f_1 Y_{03}'' \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'' - 2\frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{X}\xi - 2\frac{2\pi}{3}\right).$$

Die resultierende M. M. K. von dem synchronen bzw. inversen Drehstromsystem setzt sich zusammen aus der Summe der M. M. K. K. der einzelnen Phasen, d. h.

$$y' = y_1' + y_2' + y_3',$$
$$y'' = y_1'' + y_2'' + y_3''.$$

Werden nun schließlich in diesen beiden letzten Gleichungen die obigen Werte eingeführt und die Summanden nach der goniometrischen Beziehung:

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta).$$

zerlegt, so bekommen wir die endgültigen Gleichungen für die

[1]) Über die Bedeutung der einzelnen Größen. Vgl. S. 8.

M. M. K. K. von dem synchronen bzw. inversen Drehstromsystem, die wie folgt lauten:

$$y' = Y' \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta' + \frac{2\pi}{X} \xi\right) \longleftarrow$$

$$y'' = Y'' \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \vartheta'' - \frac{2\pi}{X} \xi\right) \longrightarrow$$

wobei

$$Y = \frac{6}{\pi} \cdot f_1 \frac{\mathfrak{z} \cdot \mathfrak{w}}{2\,\mathfrak{a}} \sqrt{2}\, J$$

bedeutet.

2. Das resultierende inverse Ankerfeld in der Erregerachse.

Bei der Ableitung des resultierenden inversen Ankerfeldes in der Erregerachse wollen wir von den Betrachtungen ausgehen, die Dr. Wengner[1]) für die Ankerreaktion des inversen Feldes angestellt hat. Das inverse Ankerfeld h_g'' pulsiert gegenüber dem Magnetsystem mit der Periodenzahl $2v$ und erzeugt in der Magnetwicklung eine Spannung, die bei geschlossenem Erregerkreis einen Strom J_2'' zu Folge hat. Aus der Gleichgewichtsbedingung für den sekundären Stromkreis läßt sich nun die gegenseitige Beziehung zwischen den Strömen J'' und J_2'' ermitteln.

Nach Wengner ist nämlich:

$$j^{2''} = -\frac{k_{12}}{k_2}\left(1 - j\frac{r_2}{k_2}\right) j''\,^{2}),$$

wobei für Drehstrommaschinen

$$\frac{k_{12}}{k_2} = \frac{k_{12}}{k_{22}(1+\sigma_2)} = \frac{3 \cdot w_1 \cdot c_g}{(1+\sigma_2) \cdot 2 \cdot w_m \cdot c_1 \frac{\pi}{4}}\,^{3})$$

ist. Die einzelnen Größen haben dabei folgende Bedeutung:

k_{22} — die Eigenreaktanz der Magnetwicklung.

k_{12} — die Wechselreaktanz zwischen Anker- und Magnetwicklung.

c_1 — der Feldfaktor der ersten Harmonischen des Magnetfeldes[4]).

[1]) Wengner, Einphasenmaschine, Abschnitt III.
[2]) Wengner, Einphasenmaschine S. 35.
[3]) Wengner, Einphasenmaschine S. 36.
[4]) Starkstromtechnik, 2. Aufl. S. 490.

w_m — Windungszahl pro Pol.

w_1, c_q und σ_2 haben dieselbe Bedeutung wie im Abschnitt II.

Der Strom J_2'' erzeugt seinerseits ein Feld H_2'' das nach dem Induktionsgesetz das primäre Feld H_g'' zu vernichten sucht. Es bleibt somit in der Erregerachse nur ein resultierendes Feld H_R'', das sich aus der geometrischen Summe der beiden zusammensetzt:

$$\dot{H}_R'' = \dot{H}_g'' + \dot{H}_2''.$$

Setzen wir nun nach S. 9

$$\dot{H}_g'' = \dot{H}'' \cdot c_g = \frac{24 \cdot \sqrt{2}}{10} \cdot c_g \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot w_1 \dot{J}''$$

und nach Wengner, S. 33

$$\dot{H}_2'' = \frac{4\pi}{10} \cdot w_m \cdot \frac{c_1}{\delta''} \cdot \sqrt{2}\, \dot{J}_2'',$$

so bekommen wir folgenden Ausdruck für H_R''

$$\dot{H}_R'' = \frac{24\sqrt{2}}{10} \cdot c_q \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot w_1 \dot{J}'' + \frac{4\pi}{10} \cdot w_m \cdot \frac{c_1}{\delta''} \cdot \sqrt{2}\, J_2'',$$

oder wenn J_2'' durch J'' ausgedrückt wird

$$\dot{H}_R'' = \frac{24\sqrt{2}}{10} \cdot c_q \cdot \frac{1}{\delta''} \cdot w_1 \left[1 - \frac{1}{1+\sigma_2}\left(1 - j\frac{r_2}{k_2}\right)\right] \dot{J}'' =$$

$$= \dot{H}'' \cdot c_g \cdot \frac{1}{1+\sigma_2}\left(\sigma_2 + j\frac{r_2}{k_{22}}\right).$$

Der Momentanwert des resultierenden Feldes läßt sich einfach aus der Gleichung für h_g'' (S. 9) ableiten:

$$h_R'' = H''\, c_g \cdot \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}x +$$

$$+ H''\, c_g \frac{r_2}{k_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta'' - 90\right) \sin\frac{2\pi}{X}x$$

oder auch

$$h_R'' = H'' \cdot c_q \cdot \frac{\sigma_2}{1+\sigma_2} \sin\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}x +$$

$$+ H''\, c_g \frac{r_2}{k_2} \cos\left(2\frac{2\pi}{T}t - \vartheta''\right) \sin\frac{2\pi}{X}x.$$